真空成形法及びサンドイッチ構造の技術基準見直しに関する

調査研究報告書

令和３年３月

日本小型船舶検査機構

「真空成形法及びサンドイッチ構造の技術基準見直しに関する調査研究報告書」

目　　次

参考資料

１　調査研究の目的及び実施方法

１．１　調査研究の目的

平成 29 年度から 2 か年で実施された「小型船舶の船体構造用材料（FRP 積層構成）に関する調査研究」事業において、ハンドレイアップ法におけるロービングクロスの割合の基準に代わる FRP 製の小型船舶の構造強度の確保の方法等について委員会を設置して調査研究を行い、一定の成果を得たところであるが、同委員会において、当初予定していたハンドレイアップ法におけるロービングクロスの割合に関する基準の見直しに加えて、同様に昨今の工作にそぐわないとして指摘された「真空成形法の技術基準」及び「サンドイッチ構造の工作基準」の見直しについても検討を行うこととされた。

しかしながら、当該事業の期間中にこれら 2 つの課題についていずれも結論まで至ることができなかったことから、本事業では前回の委員会に引き続いて、2 つの課題に対する調査研究を行うものである。

真空成形法は大量の廃棄物を排出することから環境面が問題視される反面、製造する船舶の大きさによってはハンドレイアップ法やスプレーアップ法に比べて作業効率に優れる場合がある。また、主に真空成形法に使用されるガラス基材 NCF (Non Crimp Fabrics)は、ガラス含有率(質量)も高く、機械特性に優れることから、軽量で強固な船舶の製造が可能となる。こうした背景から、今後、真空成形法で製造される FRP 船舶の増加が予想される。しかしながら、現行の技術基準である数値要件が将来的に設計の自由度において障壁となる懸念があることから、本事業において基準整理のための検討を行った。

また、サンドイッチ構造に関しては、前回の委員会において、現行の FRP 船に対する強度基準である縦曲げ試験の簡易評価式をベースに現行の工作基準として規定されている外層板の板厚に対する内層板の板厚の割合及び心材の厚さが縦強度に与える影響を調査して一定の結論を得たところであるが、最終的にはパネル評価を含む更なる検討を行う必要があるとの結論に至ったことを踏まえて、本事業では内層板と外層板の板厚の割合及び心材厚さがサンドイッチ材に与える影響について調査を行い、基準の改正について検討を行った。

１．２　調査研究の内容及び実施方法

「真空成形法及びサンドイッチ構造の技術基準見直しに関する検討委員会」を設置し、次の調査、研究を行った。

１．３　委員会等について

１．３．１　委員会の構成（委員５０音順）

委員長	金原　勲	学校法人金沢工業大学　教授
委　員	大熊　秀夫	一般財団法人強化プラスチック協会 会員・企画担当部長
委　員	菊池　正和	トーハツ株式会社　技術部　管理課長
委　員	櫻井　昭男	国立研究開発法人海上・港湾・航空技術研究所 海上技術安全研究所　嘱託研究員
委　員	末森　勝	一般社団法人日本マリン事業協会　技術委員長
委　員	田中　義照	国立研究開発法人海上・港湾・航空技術研究所 海上技術安全研究所　企画部　研究特命主管

委　員	遠山　敏和	一般社団法人海洋水産システム協会　設計部長
委　員	掘井　正信	ヤンマー造船株式会社　代表取締役
委　員	山本　茂	ニュージャパンマリン株式会社　大分工場長
オブザーバー	本田　悟	一般社団法人日本マリン事業協会 舟艇技術室長　国際業務室長
関係省庁 （代理出席）	峰本　健正 （石原典雄） 神崎　卓司 （森　孝紘）	国土交通省　海事局　安全政策課長 （同上前任者） 国土交通省　海事局　安全政策課 船舶安全基準室　主査 （同上前任者）
関係省庁 （代理出席）	石原　典雄 （重冨　徹） 小武海紀人 （森吉直樹）	国土交通省　海事局　検査測度課長 （同上前任者） 国土交通省　海事局　検査測度課　船舶検査官 （同上前任者）

日本小型船舶検査機構　理事　　宮武　宜史
（同上前任者　吉田　健）
（以下、事務局）業務部　業務部長　大嶋　孝友
（同上前任者　　　河野　順）
業務部　検査検定課長　森吉　直樹
（同上前任者　　　　岡井　功）
業務部　検査検定課長代理　竹村　洋一郎
業務部　検査検定課係長　平山　耕平
（同上前任者　　　　　原野　耕輔）
業務部　調査企画課長　宇津　勝弘
（同上前任者　　　　松田　俊一）
業務部　調査企画課長代理　國武　剛一
業務部　調査企画課係長　浦田　洋平
（同上前任者　　　　　金子　知布）

１．３．２　委員会等の開催

第１回　委員会
①　開催年月日　　令和元年５月 30 日（木）
②　開催場所日本小型船舶検査機構　第一会議室
③　議題
（１）事業目的の説明
（２）検討方針の確認
（３）調査の方法
（４）その他

第２回　委員会
①　開催年月日　　令和元年 12 月５日（木）

②　開催場所日本小型船舶検査機構　第一会議室
③　議題
（１）前回議事概要確認
（２）サンドイッチ板の強度と内層板と外層板の比率との相関の調査結果について
（３）心材の引張強度と引張弾性係数の調査結果について
（４）基準の見直しについて
（５）その他

第 3 回　委員会（Web 会議方式併用）
①　開催年月日　　　令和 3 年 1 月 13 日（水）
②　開催場所日本小型船舶検査機構　第一会議室
③　議事次第
（１）前回議事概要確認
（２）材料試験の試験結果に基づいた解析結果について
（３）その他

第 4 回　委員会（Web 会議方式併用）
①　開催年月日　　　令和 3 年 3 月 25 日（木）
②　開催場所日本小型船舶検査機構　第一会議室
③　議事次第
（１）前回議事概要確認
（２）サンドイッチ板の強度に関する検討について
（３）基準の見直し(案）について
（４）報告書（案）について
（５）その他

２　検討の概要

サンドイッチ構造板は，軽量の心材（コア材）を引張・圧縮に強い内層板及び外層板で挟んで一体化したもので，内外層板と断面の中立軸との距離を大きくすることにより，軽量で高い曲げ剛性を実現するものである。一般に，心材には木材，発泡体，ハニカム材等が用いられ，小型船舶のほか，航空機，車両，建築物等に広く利用されている。近年，真空含浸（Vacuum assisted Resin Transfer Molding; VaRTM）成形法の実用化により，小型構造物だけでなく大型構造物に対しても，軽量化を目的とした繊維強化プラスチック（FRP）サンドイッチ構造の採用が増えてきた。

長さ 15m 未満の小型船舶では，ハンドレイアップ法によりガラス繊維強化プラスチック（GFRP）サンドイッチ構造が製造される場合が多いが，その承認検査においては，GFRP 単板構造の船体と同様の強度評価が認められている。すなわち，落下試験や曲げ試験による評価のほか，サンドイッチ板を等価な GFRP 単板と見なし，船体中央断面の断面係数に基づく強度評価式に，船側や船底等の板厚計測値を適用して評価することも可能である。ただし，サンドイッチ構造製小型船舶に対しては，内層板の厚さを一定以上確保し，サンドイッチ構造板を一枚の積層板として扱うための条件として，内層板の外層板に対する板厚比（以下，内外比という）が規定されている。そのほか，規定の木材を心材として使用する場合，上述の強度評価式には，心材の板厚を一定割合（以下，板厚算入率という）で加味することができる。すなわち，当該材料と GFRP との引張弾性率の比に基づいて板厚算入率が決められており，規定木材以外の材料を心材とする場合には，板厚に算入できないことになっている。

本調査研究では，輸入艇等を中心として，様々な材料がサンドイッチ構造板の心材として使用されている現状を踏まえ，初めに，板厚算入率が加味されない心材用材料の引張強度特性を明らかにすることを目的として，バルサ材（Balsa wood; BW），ラワン合板（Lauan plywood; LP），コアマット（Core mat; CM），ポリ塩化ビニル発泡体（Poly-vinyl chloride foam; PVCF），アクリル発泡体（Acrylic foam; AF），及び，針葉樹合板（Conifer plywood; CP）の引張試験を実施した。つぎに，GFRP 単板，並びに，バルサ材及びアクリル発泡体を心材としたサンドイッチ構造板を成形し，これらの板材から試験片を加工して 3 点曲げ試験を実施した。一方，各供試材料の試験結果を有限要素法（FEM）解析により簡便に再現するため，等方性を仮定した材料モデルの適用性を検討する。さらに，サンドイッチ構造板の見かけの曲げ強度及び曲げ弾性率に及ぼす GFRP 内外層板の内外比，並びに，心材の板厚算入率の影響を検討する。なお，本調査研究で用いた GFRP 板は，マット材(Chopped strand mat)に樹脂を含侵して成形した。

サンドイッチ構造については，これまでに様々な研究例があるが，GFRP 自体に繊維含有量のばらつきがあるだけでなく，心材への樹脂含浸の不均一性による接着力のばらつきもあるため，材料特性が大きくばらつくことが指摘されている。したがって，本調査研究では，試験結果にばらつきが生じることを前提とした上で，各種試験結果の平均値を基準値として，GFRP 単板，並びに，バルサ材及びアクリル発泡体を心材とした GFRP サンドイッチ構造板の強度特性を明らかにするとともに，これら板材の強度を簡便かつ適切に評価可能な実用的 FEM 解析手法の構築を試みる。

３　試験方法

心材用材料については，すべての供試材料から引張試験片を，サンドイッチ構造板に使用した材料からのみ曲げ試験片を作成した。また，積層構成及び内外層の板厚が異なる GFRP 単板及び GFRP サンドイッチ構造板を成形し，これらの板材から曲げ試験片を作成した。供試材料の外観，試験片の形状及び試験方法を以下に示す。

３．１　供試材料の外観

サンドイッチ構造製小型船舶に使用される心材用材料として，エンドグレインバルサ材（BW），ラワン合板（LP），コアマット（CM），ポリ塩化ビニル発泡体（PVCF），アクリル発泡体（AF），及び，針葉樹合板（CP）を選定した。これらの外観及び仕様をそれぞれ図 3.1 及び表 3.1 に示す。また，バルサ材及びアクリル発泡体を心材とした GFRP サンドイッチ構造板（それぞれ，SB1～SB5 及び SA1～SA5），並びに，GFRP 単板（F1～F5）の外観を図 3.1 中に合わせて示す。

以下に供試材料の特徴を示す。

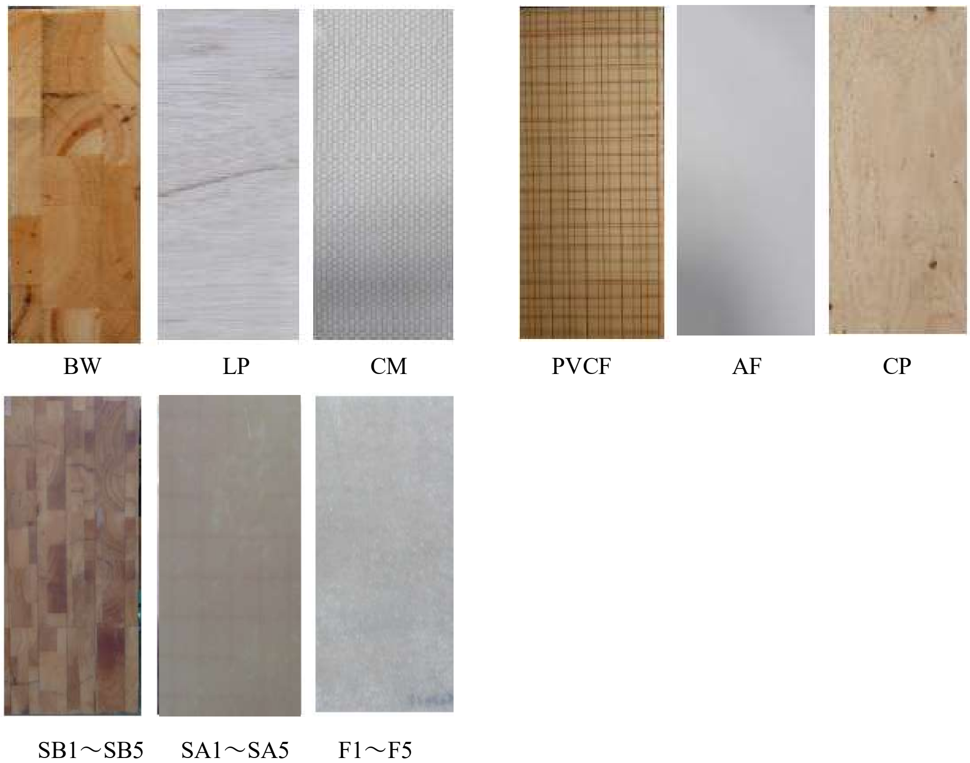


図 3.1　供試材料の外観

表 3.1 心材用材料の仕様

材料	仕様
バルサ材(BW)	BALTEK (Diab) SB-100KAL
ラワン合板(LP)	Sumber Mas Indah Plywood JAS 1-1
コアマット(CM)	Lantor Coremat XM 4mm
ポリ塩化ビニル発泡体(PVCF)	Diab Divinycell t15 × H130 GSC30 GPC1
アクリル発泡体(AF)	SEKISUI PLASTICS Foamac
針葉樹合板(CP)	Non-standard

３．１．１　樹脂含侵性の高い心材用材料

樹脂含侵性の高いエンドグレインバルサ材（BW），コアマット（CM）及びポリ塩化ビニル発泡体（PVCF）は，実際の使用状況を勘案し，試験片にあらかじめ樹脂を含侵させ，硬化後に試験に供した。使用した不飽和ポリエステル樹脂(以下,樹脂という)はリゴラック 157BQT（100 部），硬化剤は MEKPO（1 部），ゲル化時間は 25 分であった。なお，コアマット（CM）は，ポリエステル不織布の多孔質マットで，孔の部分への樹脂の浸透性が良いため，比較的高い比弾性率のサンドイッチ構造板を成形できる心材用材料である。浸透した樹脂は図 3.3 に示すようにハニカム状になる。一方，ポリ塩化ビニル発泡体（PVCF）は，合成樹脂であるポリ塩化ビニル中にガスを細かく分散させ，発泡成形されたものであり，気泡は図 3.3 に示すようになる。市販品は曲面に対応できるよう，ガラスクロス上に発泡体ブロックが接着されており，各ブロックには樹脂浸透性を高めるためのスリットが設けられている。引張試験片は図 3.3 に示すように，ガラスクロスを除き発泡体ブロックのみから作成した。

３．１．２　樹脂含侵性の低い心材用材料

ラワン合板（LP），アクリル発泡体（AF）及び針葉樹合板（CP）は，樹脂が含侵しにくいことを考慮して，試験にはそのまま使用した。なお，アクリル発泡体（AF）は，剛性に優れたアクリル系樹脂を発泡した板状硬質発泡体であり，内部は図 3.3 に示すように独立気泡であり，発泡体内部への樹脂の含侵性はほとんどない。市販品の表面には格子状のスリットがあるが，引張試験片は図 3.3 に示すように，スリット部を除去して作成した。

３．１．３　GFRP 単板

本調査研究で用いた GFRP は，M450 あるいは M600 のマット材（Chopped strand mat）を強化繊維とし，樹脂を含侵してハンドレイアップ法により成形した。供試 GFRP 単板の曲げ試験片（F1～F5）の積層構成を表 4.3 に示すが，それぞれの積層構成は表 4.4 に示すサンドイッチ構造板の 3 点曲げ試験片（SB1～SB5 及び SA1～SA5）の番号が対応する試験片の内層板と外層板を重ね合わせた構成とした。

３．１．４　バルサ材及びアクリル発泡体を心材としたサンドイッチ構造板

供試サンドイッチ構造板の内層板及び外層板の GFRP 積層構成を表 4.4 に示す。供試材 SB1～SB5 を観察した結果，バルサ材の継ぎ目部が密着せず間隙のある箇所があり，そこに樹脂

が浸透していることが分かった。また，表面のGFRP層とバルサ材が明らかに密着していない箇所も散見された。一方，供試材SA1～SA5は，心材にスリット入り（図3.1参照）の発泡体をそのまま使用したため，スリット部に樹脂が浸入していた。なお，試験片は，目視によりできるだけ密着性が高く，均一な箇所から採取するよう配慮した。

３．１．５　供試材の基本物性

すべての供試材のかさ比重を表4.1，表4.3及び表4.4中に示す。また，GFRP単板試験片におけるガラス繊維の体積含有率及び重量含有率を表4.3中に示す。なお，ガラス繊維含有率は直方体に切り出したサンプルの体積，重量及び積層構成を基に求めた。

３．２　試験片の形状

３．２．１　心材用材料の引張試験片

心材用材料を対象とした引張試験片は，図3.2に示すようにダンベル形状に加工した。試験片の公称寸法を表3.2に示す。各試験片の板厚実測値は表4.1を参照されたい。

３．２．２　心材用材料及びGFRP単板の3点曲げ試験片

バルサ材及びアクリル発泡体，並びに，GFRP単板を対象とした3点曲げ試験片は，直方体形状で厚さ t は原厚のままとし，長さ l は厚さの20倍以上，幅 b は40mmを目標として作成した（表4.2及び表4.3参照）。

表3.2 試験片の公称寸法

諸元	寸法（mm）
厚さ，t	原厚
平行部幅，W	25
標線部長さ，G	50
平行部長さ，F	60
肩の半径，R	60
つかみ部幅	45

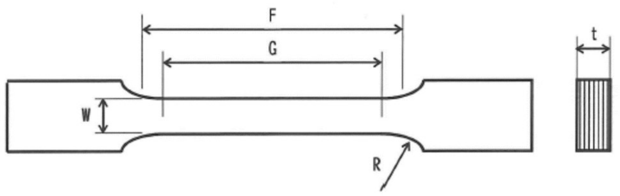


図3.2　引張試験片


BW


LP


CM


PVCF


AF


CP

図 3.3　引張試験片の形状

３．２．３　サンドイッチ構造板の 3 点曲げ試験片

サンドイッチ構造板を対象とした 3 点曲げ試験片も，GFRP 単板の 3 点曲げ試験片と同形状で，内外層板は試験片番号が対応する GFRP 単板と同じ積層構成である。ただし，幅 b は 50mm を目標として作成した（表 4.4 参照）。

３．３　試験方法

３．３．１　引張試験

心材用材料の引張試験は，強化プラスチック船（FRP 船）特殊基準 第 6 章 3.A(2)(a)(V)に準じ，各材料に対して少なくとも 5 本ずつ実施した。引張荷重速度は 5mm/min を標準とした。引張強度 σ_{ut} は公称応力最大値とし，引張弾性率 E_t は公称応力～公称ひずみ関係の直線部から求めた。

３．３．２　3 点曲げ試験

心材用材料，GFRP 単板及びサンドイッチ構造板の 3 点曲げ試験は，強化プラスチック船（FRP 船）特殊基準 第 6 章 3.C(1)(e)に準じ，各材料に対して少なくとも 5 本ずつ実施した。荷重速度は t/2 mm/min（t は試験片全厚）とし，荷重及び荷重点における曲げ変形を測定した。なお，サンドイッチ板では実船を想定し，外層側が曲げによる圧縮を受けるよう載荷した。本研究では規則に準じ，軸応力が板厚方向に直線分布すると仮定した見かけの曲げ強度 σ_{ub} 及び見かけの曲げ弾性率 E_b を，それぞれ次式(1)及び(2)により求めた。

$$F_{max} = \sigma_{ub} \cdot \frac{2bt^2}{3L} \tag{1}$$

$$\frac{\Delta F}{\Delta w} = E_b \cdot \frac{4bt^3}{L^3} \tag{2}$$

ここに，F_{max}は荷重の最大値であり，$\Delta F/\Delta w$は荷重と変位が直線関係にある範囲から求めた。また，板厚tについては，心材用材料及びGFRP単板では曲げ試験片の板厚値をそのまま用い，サンドイッチ構造板では規則に従って心材の板厚を考慮せず，内外層GFRPの板厚合算値を用いた。

３．３．３　試験装置

すべての材料試験は卓上型精密万能試験機（SHIMADZU AGS-10kN）で実施した。曲げ試験における荷重及び曲げ変位は，それぞれ試験機内蔵のロードセル及び変位計により測定した。また，引張試験における標点間の伸び計測には，伸び計（東京測器製EDP-5B-50）を使用した。

４　試験結果

４．１　心材用材料の引張試験結果

心材用材料の引張試験結果を表 4.1 に示す。表中の値はいずれも複数の試験結果の平均値である。ただし，平行部以外で破断した場合の結果は除去し，試験を追加実施した。引張試験結果から，すべての材料で引張特性に顕著なばらつきが見られた。破断後の引張試験片の様相を図 4.1 に示すが，発泡体（図中 PVCF 及び AF）では，破断面が引張方向と垂直な平面状になったことが特徴的である。サンドイッチ構造板の心材として使用したバルサ材及びアクリル発泡体の荷重～伸び（標点間 50mm）関係を図 4.2 に細実線で示すが，両材料とも最大荷重到達後に荷重をほぼ保持したまま破断に至るまで伸びを示した。両者の塑性伸びの平均値はそれぞれ 0.134mm 及び 1.64mm であった。なお,供試心材用材料の引張弾性率は供試 GFRP のそれとの比で,2.58×10^{-3}（AF）～0.328（CP）であった。

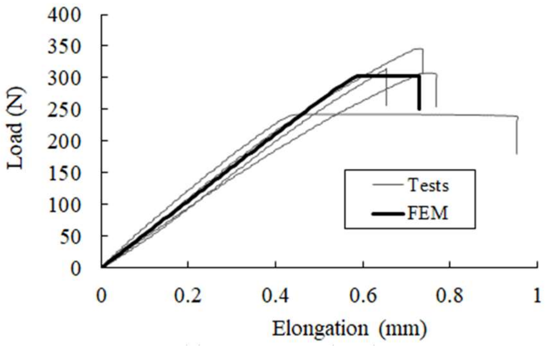
BW　LP　CM　PVCF　AF　CP

図 4.1 引張試験後の試験片の破断状態

表 4.1 サンドイッチ用心材材料の引張試験の結果（各グループの平均値）

材料	バルサ材	ラワン合板	コアマット	ポリ塩化ビニル発泡体	アクリル発泡体	針葉樹合板
かさ比重	0.15 0.31*	0.49	0.060 0.57*	0.13 0.28*	0.050	0.47
板厚， t（mm）	6.97	9.21	4.07	15.54	10.18	9.07
平行部幅， W（mm）	23.48	25.40	23.32	24.29	24.51	25.81
引張強度, σ_{ut}（MPa） （標準偏差）	1.85 （0.232）	11.1 （2.38）	3.39 （0.410）	2.34 （0.151）	0.307 （1.05×10^{-2}）	22.8 （3.62）
引張弾性率， E_t（MPa） （標準偏差）	1.63×10^2 （13.9）	1.29×10^3 （6.65×10^2）	2.79×10^2 （29.9）	1.15×10^2 （15.7）	18.3 （0.907）	2.33×10^3 （5.71×10^2）

＊: 樹脂含侵後の値



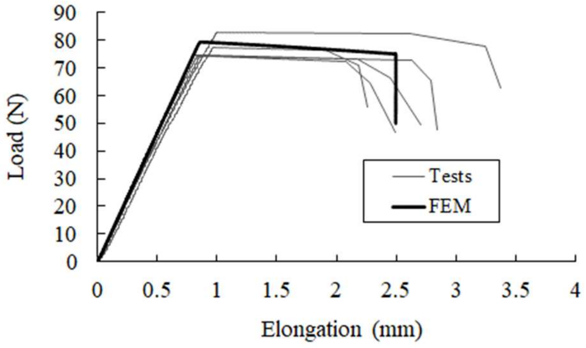


図 4.2　バルサ材及びアクリル発泡体の荷重～伸び（標点間 50mm）関係

４．２　心材用材料及び GFRP 単板の 3 点曲げ試験結果

心材用材料及び GFRP 単板の 3 点曲げ試験結果をそれぞれ表 4.2 及び表 4.3 に，荷重と荷重点における変位の関係を図 4.4 に示す。バルサ材及び GFRP 単板は最大荷重に達した直後に破断に至るが，アクリル発泡体は最大荷重到達後も荷重を保持したまま変位が増大し，その後破断に至った。

GFRP 単板の曲げについては,過去の 4 点曲げによる試験結果を表 4.3 に合わせて示すが,本研究の供試 GFRP 板の曲げ強度がやや低めの値であった。また，GFRP 単板曲げ試験片の破壊の一例を図 4.3 に示すが，破壊の様相はいずれも内層側の引張破壊であったが，見かけの曲げ強度及び曲げ弾性率はばらつきの大きい結果となった。

表 4.2 心材用材料の 3 点曲げ試験結果（各グループの平均値）

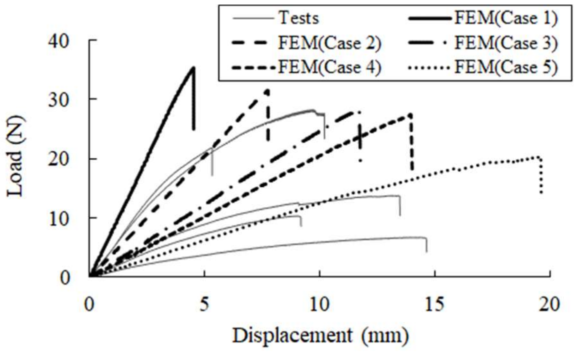
材料	BW*	AF
厚さ，t（mm）	6.53	10.22
幅，b（mm）	39.94	39.89
外側支点間距離，L（mm）	100	100
最大荷重，F_{max}（N）	16.2	33.7
見かけの曲げ強度,σ_{ub}（標準偏差）（MPa）	1.39 (0.483)	1.21 (1.60×10^{-2})
見かけの曲げ弾性率，E_b（標準偏差）（MPa）	57.3 (27.4)	32.8 (0.514)

*: 樹脂含侵後の値

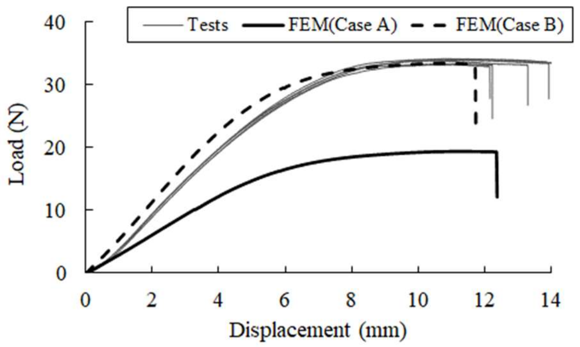
図 4.3　GFRP 単板曲げ試験片の破壊の一例

表 4.3 GFRP 単板の 3 点曲げ試験結果 （各グループの平均値）

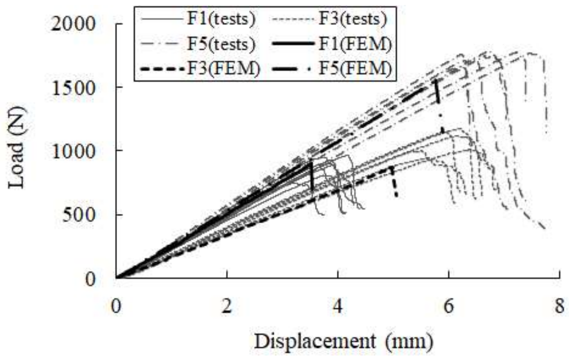
試験片グループ	F1	F2	F3	F4	F5	栁原ら	
積層構成	M450×4	M600×3	M450×5	M450×2 +M600×2	M450×6	M450×4	M600×4
ガラス繊維の体積含有率(%)	20	11	18	12	13	—	—
ガラス繊維の重量含有率(%)	34	28	38	30	32	—	—
かさ比重	1.46	1.34	1.44	1.36	1.36	1.374	1.493
板厚， t (mm)	3.61	4.77	4.10	5.17	6.22	3.70	3.79
幅， b (mm)	39.75	40.22	39.88	40.19	39.96	—	—
外側支点間距離， L (mm)	60	67	75	80	100	—	—
引張弾性率， E_t (GPa)	—	—	—	—	—	9.15	10.57
引張強度， σ_{ut} (MPa)	—	—	—	—	—	102.0	115.4
ポアソン比， ν	—	—	—	—	—	0.3203	0.2926
最大荷重， F_{max} (kN)	0.879	1.25	1.08	1.29	1.75	—	—
見かけの曲げ強度， σ_{ub} (MPa) (標準偏差)	152 (13.1)	137 (12.9)	183 (22.0)	145 (17.6)	170 (10.9)	194.3	245.5
見かけの曲げ弾性率， E_b (GPa) (標準偏差)	7.61 (0.615)	6.63 (0.721)	8.07 (1.17)	6.85 (0.648)	7.38 (0.325)	7.92	10.9
破壊様相	①	①	①	①	①	—	—



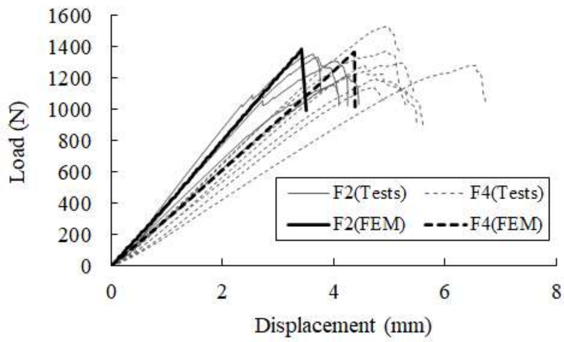
(a)バルサ材



(b)アクリル発泡体



(c)GFRP 単板(F1,F3 及び F5 グループ)



(d)GFRP 単板(F2 及び F4 グループ)

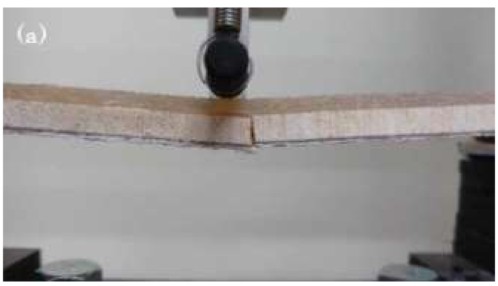
図 4.4　荷重と荷重点における変位の関係

４．３　サンドイッチ構造板の 3 点曲げ試験結果

サンドイッチ構造板の 3 点曲げ試験結果を表 4.4 に，荷重と荷重点における変位の関係を図 4.6 に示す。内層板及び外層板の板厚は，試験実施後の試験体の破壊部近傍における板厚を測定することにより得た。

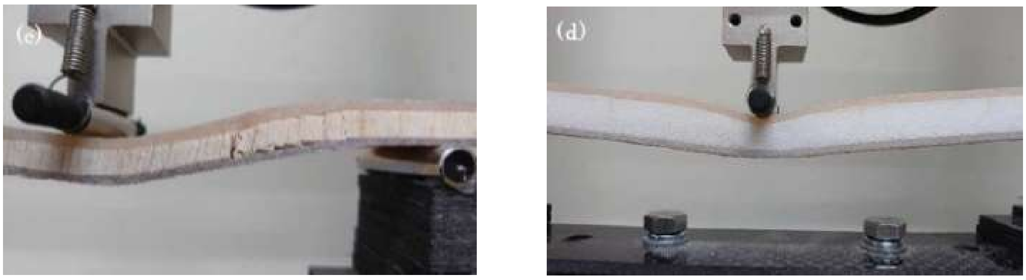
破壊の様相は図 4.5 に示すように 4 つに分類され，以下のとおりとなるが，表 4.4 には出現頻度の多い順に記載した。

① 内層板の引張破壊（図 4.5（a)）
② 心材破壊（図 4.5（b)）
③ 心材破壊と外層板・心材間の剥離（図 4.5（c)）
④ 外層板の曲げに伴う心材の局所圧縮（図 4.5（d)）



(a) 内層板の引張破壊

(b) 心材破壊



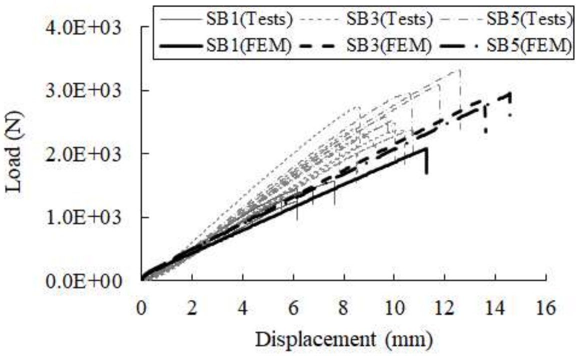
（c） 心材破壊と外層板
心材間の剥離

（d） 外層板の曲げに伴う
心材の局所圧縮

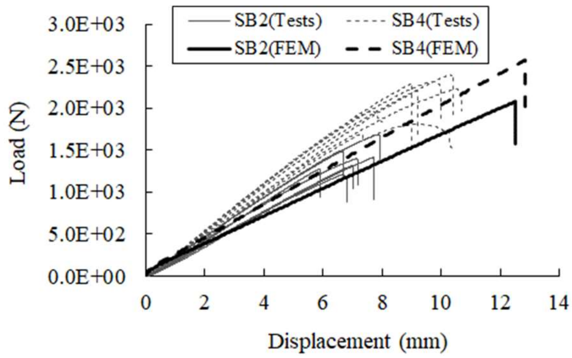
図 4.5　サンドイッチ構造板の 3 点曲げ試験における破壊様相の例

表 4.4 サンドイッチ構造板の 3 点曲げ試験結果（各グループの平均値）.

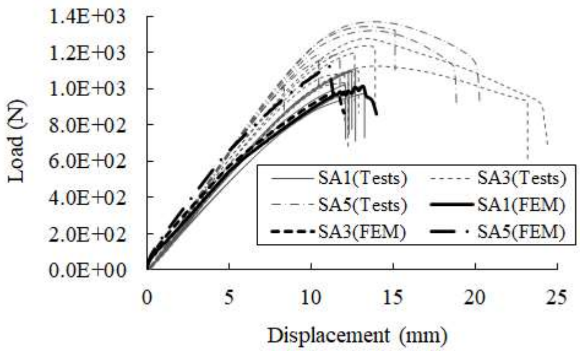
試験片グループ	SB1(3P)	SB2(3P)	SB3(3P)	SB4(3P)	SB5(3P)	SA1(3P)	SA3(3P)	SA5(3P)
内層板の積層構成	M450×1	M600×1	M450×2	M450×2	M450×3	M450×1	M450×2	M450×3
内層厚，A（mm）	1.49	1.92	2.71	2.77	3.38	1.38	1.72	3.26
外層板の積層構成	M450×3	M600×2	M450×3	M600×2	M450×3	M450×3	M450×3	M450×3
外層厚，B（mm）	4.12	3.17	4.42	3.40	4.24	3.77	3.57	3.56
A+B	5.61	5.09	7.13	6.17	7.62	5.15	5.29	6.82
A/B	0.366	0.610	0.620	0.818	0.797	0.365	0.482	0.922
心材	バルサ材					アクリル発泡体		
心材厚(mm)	6.30	6.00	6.30	6.00	6.30	15.00	15.00	15.00
かさ比重	0.74	0.76	0.79	0.76	0.83	0.36	0.42	0.45
全板厚(mm)	11.91	11.09	13.43	12.17	13.92	20.15	20.29	21.82
幅，b（mm）	49.95	50.03	49.84	49.90	49.81	47.60	47.51	47.30
外側支点間距離，L（mm）	184	184	208	192	224	304	320	336
最大荷重，F_{max}（kN）	1.41	1.40	2.37	2.17	2.72	1.05	1.15	1.24
見かけの曲げ強度，σ_{ub}（MPa）（標準偏差）	250 (35.4)	299 (27.9)	297 (45.4)	331 (38.7)	316 (38.4)	380 (35.7)	415 (20.1)	288 (52.8)
見かけの曲げ弾性率，E_b（GPa）（標準偏差）	45.3 (6.43)	52.4 (4.20)	37.4 (7.02)	42.4 (5.79)	37.4 (3.08)	119 (19.4)	141 (13.0)	86.1 (12.0)
破壊様相	①②	①	①②	③①②	③②①	①③	③④	③④



(a) サンドイッチ構造板 (SB1, SB3 and SB5)



(b) サンドイッチ構造板 (SB2 and SB4)



(c) サンドイッチ構造板 (SA1, SA3 and SA5)

図 4.6　サンドイッチ構造板の 3 点曲げ試験における荷重と荷重点における変位の関係

５　試験結果の考察と FEM 解析

本章では，第 4 章で示した心材用材料の引張試験，並びに，心材用材料，GFRP 単板及びサンドイッチ構造板の 3 点曲げ試験結果について考察を加えるとともに，第 9 章のサンドイッチ構造製小型船舶を対象とした FEM 解析による強度評価を想定し，各供試材料の強度特性を推定する。なお，FEM 解析には，商用の動的陽解法 FEM ソフトウェア LS-DYNA_R101 を使用し，4 節点 solid 要素による解析を行う。本調査研究では，すべての供試材料に等方性を仮定した弾線形硬化塑性体材料モデル MAT124(MAT_PLASTICITY_ COMPRESSION_TENSION: 圧縮及び引張で材料特性を別定義可能）を使用して，試験結果の再現を試みる。

５．１　心材用材料の引張試験結果と FEM 解析

５．１．１　心材用材料の引張試験結果の考察

心材用材料の引張試験結果を表 4.1 及び図 4.2 に示したが，同じ板材から加工した試験片であっても，引張強度特性に大きなばらつきが見られた。特に，木材系材料（BW，LP 及び CP）におけるばらつきが発泡体（PVCF 及び AF）より顕著であった。なお，サンドイッチ構造板の心材として使用したバルサ材及びアクリル発泡体の引張試験結果についてのより詳細な考察は，3 点曲げ試験結果と合わせて第 5.2.1 項で行う。

５．１．２　心材用材料の引張 FEM 解析

バルサ材及びアクリル発泡体に対し，引張 FEM 解析を実施する。木材のような直交異方性材料の FEM 解析を厳密に行うには，3 方向の圧縮・引張弾性率（E_x, E_y, E_z），せん断弾性係数（G_{xy}, G_{yz}, G_{zx}）及びポアソン比（ν_{xy}, ν_{yz}, ν_{zx}）を，精密な材料試験によって得る必要があるが，供試バルサ材のようなむらの多い材料に対しては，あまり複雑な表現をしても意味のない場合が多い。したがって本調査研究では，供試材の材料特性を等方性弾塑性材料モデルに単純化して，試験結果を平均的に再現可能な材料モデルを設定することとする。

解析モデルの一例を図 5.1 に示すが，試験片の掴み部は R 部を簡易化するとともに破断ひずみ（要素の相当塑性ひずみがこの値に達したとき要素が削除される）を平行部の 25 倍とした。また，要素サイズを変化させた解析を行い，解の収束関係から要素サイズ決定し，最終的に solid 要素の 1 辺の長さが 1mm 程度の直方体を基本とした。一方，材料の応力～ひずみ関係は，図 4.2 に示した引張試験結果に基づき，弾線形硬化塑性体（いわゆる 2 直線近似弾塑性モデル）を仮定した。ただし，引張試験から得られた引張弾性率及び引張強度から平均的な公称応力～公称ひずみ関係を作成し，次式によって真応力～対数ひずみ関係に変換するとともに，加工硬化係数 H' を E_t /1000 とした。

$$\begin{aligned} \varepsilon_t &= ln(1+\varepsilon_n) \\ \sigma_t &= \sigma_n(1+\varepsilon_n) \end{aligned} \tag{3}$$

ここに，ε_n及びσ_nはそれぞれ公称ひずみ及び公称応力を，ε_t及びσ_tはそれぞれ対数ひずみ及び真応力を表す。なお，バルサ材及びアクリル発泡体のポアソン比にはそれぞれ，0.3 及び 0.0 を仮定した。両材料の塑性伸び（第 4.1 節参照）が試験結果と同等となるまで破断ひずみを変化させた解析を繰り返し行い，その値を同定した。以上より両材料の引張 FEM 解析に用いる材料特性として表 5.1 に示す値が得られた。

引張 FEM 解析の結果を図 4.2 に太実線で示すが，得られた結果は引張試験結果の平均的な荷重～変位関係を示している。したがって，バルサ材及びアクリル発泡体の引張 FEM 解析には，表 5.1 に示す等方性を仮定した弾線形硬化塑性体材料モデルが適用可能であることが明らかになった。

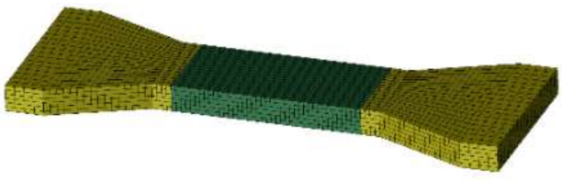


図 5.1 引張解析におけるバルサ材の解析モデル

表 5.1 バルサ材及びアクリル発泡体の引張 FEM 解析に用いる材料特性
(真応力及び対数ひずみによる).

心材用材料	BW	AF
引張降伏応力，σ_{Yt} (MPa)	1.87	0.316
引張弾性率，E_t (MPa)	161	18.6
加工硬化係数，H'	E_t /1000	E_t /1000
ポアソン比，ν	0.3	0.0
破断ひずみ，ε_f	8.0×10^{-3}	0.145

５．２　心材用材料の 3 点曲げ試験結果と FEM 解析

５．２．１　心材用材料の 3 点曲げ試験結果の考察

樹脂を含侵したバルサ材の曲げ強度特性は，表 4.2 及び図 4.4(a)に示したように，引張強度特性よりさらにばらつく結果となった。使用したエンドグレインバルサ材は導管(繊維)方向が板厚方向の天然ハニカム構造になっており，曲げにしても引張にしても繊維と直角方向に引張が作用する場合，表面に損傷が生じると一気に破壊に繋がる。そのため，図 3.1 に見られるように，バルサ材表面の非一様性が顕著である場合，強度特性のばらつきが大きくなると考えられる。

一方，独立気泡を有する粘弾性体であるアクリル発泡体は，荷重に対する異方性はほとんどないと考えられるものの，曲げを受ける場合，鋼材のような等方性材料と異なり断面内の弾性応力分布が直線状にならず，式(1)で計算される表面の応力が見かけ上大きくなり，見かけの曲げ強度 σ_{ub} が引張強度 σ_{ut} より大きくなったと考えられる。曲げを受ける場合，図 4.4(b)に示したように，荷重～変位関係の直線部分は最大荷重の 1/2 程度までで，その後は引張側最外層の気泡セルから順次損傷するが，引張側での塑性伸びが大きいため応力は保持される。そのため，引張側最外層からの降伏に伴う中立軸の圧縮側への移動が遅くなり，中立軸に近い内部の気泡セルが耐えるため，曲げ弾性率は低下するものの荷重は漸増した後，急な破断に至ると考えられる。他方，引張のみを受ける場合，図 4.2(b)に示したように，初期の荷重～伸び関係は直線的であるが，ある断面内で一旦損傷を生じると気泡セルが一気に損傷すると同時に伸びが急激に進展し，破断に至ると考えられる。

５．２．２　バルサ材の３点曲げ FEM 解析

バルサ材に対して，図 5.2 に示す解析モデルにより 3 点曲げ FEM 解析を実施する。支持治具及び負荷治具は直径 10mm の鋼製円柱とし，試験体表面との間に接触条件を課すとともに，負荷治具に鉛直下向きの強制変位を与える。なお，モデルの寸法は表 4.2 に示した供試材の平均値を使用する。

バルサ材の 3 点曲げ FEM 解析についても等方性を仮定した弾線形硬化塑性体材料モデルを使用する。ただし，引張側の材料特性には表 5.1 に示した引張 FEM 解析用の値を用いる。一方，圧縮側の材料特性は，過去に行った圧縮試験結果から得られた圧縮強さ及び圧縮弾性率を参照する。これらをまとめて表 5.2 に示すが，この材料モデルを図示すると図 5.3 のようになる。これを用いてバルサ材の 3 点曲げ FEM 解析を行った結果を図 4.4(a)に Case 1 として示す。試験結果にはばらつきが大きいものの，この条件での FEM 解析から得られた荷重最大値及び曲げ剛性は，試験結果と比較してかなり大きめの結果となった。そこで，仮定した材料モデルの引張側及び圧縮側の降伏応力 σ_{Yt} 及び σ_{Yc} は変化させず，弾性率 E_t 及び E_c のみ 50%，30%，25%及び 15%に低減させて 3 点曲げ FEM 解析を実施した結果を図 4.4(a)にそれぞれ Case 2～Case 5 として示す。引張及び圧縮弾性率を低下させるとともに曲げ剛性も低下し，試験結果のばらつきの範囲内に収まるようになる。Case 2～Case 5 において荷重最大値も順に低下するが，これは引張及び圧縮弾性率が低下することにより同じ荷重増分に対する塑性ひずみ増分が増大し，曲げの引張側において早めに破断ひずみに達することによる。以上より，バルサ GFRP サンドイッチ構造板の 3 点曲げ FEM 解析では，試験結果の上位 2 本の曲げ剛性との相関性の高い Case 2（$E_t' = 0.5E_t$ 及び $E_c' = 0.5E_c$）を採用する（第 5.4.3 項に示すように、バルサ GFRP サンドイッチ構造材の 3 点曲げ FEM 解析において,Case 2 をバルサ材の材料モデルに適用した場合が最も試験結果との相関が良いことを確認している）。

表 5.2 FEM 曲げ解析で使用されるコア材料の特性
(真応力及び対数ひずみによる).

心材材料	BW	AF
引張降伏応力，σ_{Yt} (MPa)	1.87	0.316
引張弾性率，E_t (MPa)	161	18.6
圧縮降伏応力，σ_{Yc} (MPa)	10	0.65
圧縮弾性率，E_c (MPa)	200	19.8
加工硬化係数，H'	E_t /1000 E_c /1000	E_t /1000 E_c /1000
ポアソン比，ν	0.3	0.0
破断ひずみ，ε_f	8.0×10^{-3}	0.145

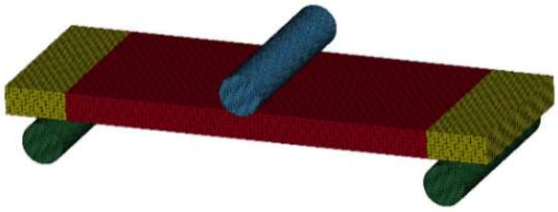


図 5.2 バルサ材の 3 点曲げ FE 解析モデル

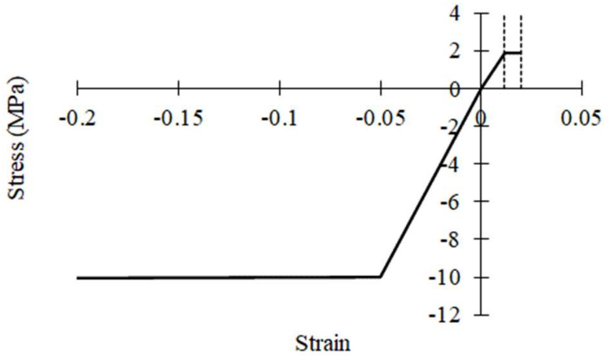


図 5.3 バルサ材の 3 点曲げ FEM 解析用材料モデル(Case 1).

５．２．３　アクリル発泡体の 3 点曲げ FEM 解析

アクリル発泡体の 3 点曲げ FEM 解析についてもバルサ材と同様の手順で行う。すなわち，表 5.2 に示した材料特性をもとに，等方性を仮定した弾線形硬化塑性体材料モデルを使用する。この材料モデルにより 3 点曲げ FEM 解析を行った結果を図 4.4(b)に Case A として示す。得られた荷重最大値及び曲げ剛性は,試験結果と比較してかなり小さめの結果となった。そこで，試験結果のばらつきが比較的小さいため，試験結果及び Case A 解析結果の荷重最大値の比 1.73 を降伏応力に,曲げ弾性率の比 1.87 を引張及び圧縮の弾性率に乗じて FEM 解析を実施する（表 5.3 参照）。結果を Case B として図 4.4(b)に示す。FEM 解析結果から式(1)及び式(2)によって求めた見かけの曲げ強度及び曲げ弾性率を表 5.3 に示すが，Case B の結果は試験結果とほぼ同等となった。以上より，アクリル発泡体 GFRP サンドイッチ構造板の 3 点曲げ FEM 解析では，材料モデルとして Case B を採用する。

表 5.3 FEM 曲げ解析用に修正されたアクリル発泡体の材料特性
(真応力及び対数ひずみによる).

	曲げ試験結果	Case A	Case B
引張降伏応力，σ_{Yt}’	−	1.0σ_{Yt}	1.73σ_{Yt}
引張弾性率，E_t’	−	1.0E_t	1.87E_t
圧縮降伏応力，σ_{Yc}’	−	1.0σ_{Yc}	1.73σ_{Yc}
圧縮弾性率，E_c’	−	1.0E_c	1.87E_c
見かけの曲げ強度，σ_{ub} (MPa)	1.21	0.699	1.20
見かけの曲げ弾性率，E_b (MPa)	32.6	18.1	33.6

５．３　GFRP 単板の 3 点曲げ試験結果と FEM 解析

５．３．１　GFRP 単板の 3 点曲げ試験結果の考察

GFRP 単板の 3 点曲げ試験結果（F1～F5）を表 4.3 並びに図 4.4(c)及び(d)に示したが，曲げ強度特性は試験片グループ，すなわち積層構成ごとに顕著なばらつきを示した。すべての GFRP 単板試験片のガラス繊維重量含有率と式(1)により求めた見かけの曲げ強度との関係を図 5.4 に示すが，両者の間にはおおむね比例関係が見られるものの，同じ GFRP 単板から加工した試験片グループ内の結果にも有意なばらつきが確認できる。この理由として，GFRP 単板自体に繊維含有量や板厚のばらつきがあるためと考えられる。

一般に，強度のばらつきが大きい材料によって建造される構造体の強度評価を行う場合，平均的な材料特性を設定し，そのばらつきを踏まえて評価基準を検討することが合理的と考えられ，GFRP 製小型船舶においても安全率を 10 とした強度評価基準が規定されている。そこで，本研究では，すべての供試 GFRP 単板の 3 点曲げ試験から得られる見かけの曲げ強度及び曲げ弾性率について，一括した検討を実施し，供試 GFRP 単板の曲げ強度特性の基準値を導出する。3 点曲げ試験結果を式(1)及び式(2)の関係を基に図示すると，それぞれに対して図 5.5 が得られる。ただし，本研究では 3 点曲げ試験における支点間距離が短いと仮定し，試験片の大変形に伴う補正は実施しない。

図 5.5 の点群に最小二乗法による直線近似を適用すると，すべての供試 GFRP 単板試験片に対する見かけの曲げ強度 σ_{ub} 及び曲げ弾性率 E_b がこれらの直線の傾きとして得られ，前者に対し平均値 157MPa 及び標準偏差 23.0MPa が，後者に対し平均値 7.10×10^3 MPa 及び標準偏差 8.40×10^2 MPa が得られた。本研究では，これらの平均値を供試 GFRP 板の曲げ強度特性の基準値とする。

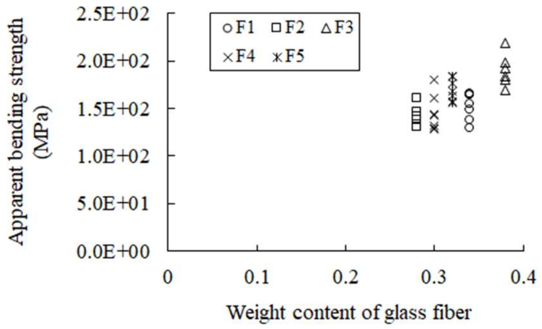


図 5.4　GFRP 単板試験片のガラス繊維重量含有率と見かけの曲げ強度との関係

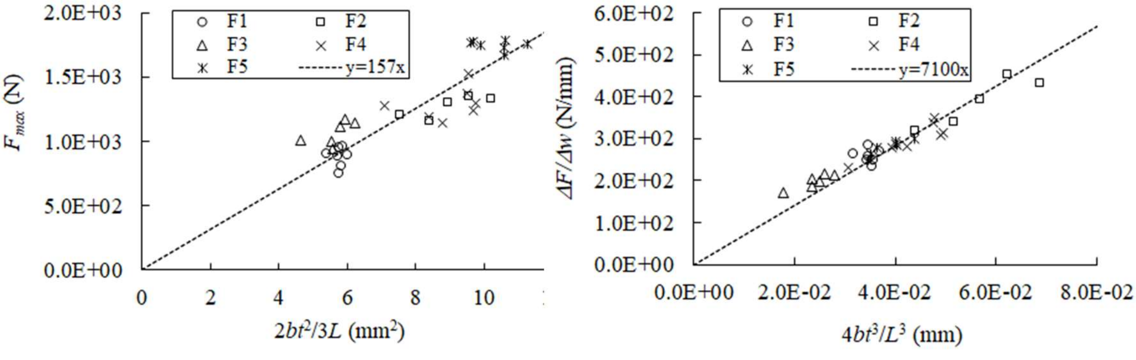


図 5.5 GFRP 単板の見かけの曲げ強度と曲げ弾性率の推定

５．３．２　供試 GFRP 板の引張及び圧縮強度特性の推定

本研究では，供試 GFRP 板を対象とした引張試験及び圧縮試験を実施しなかったため，心材用材料と同様に等方性を仮定した弾線形硬化塑性体材料モデルによる 3 点曲げ FEM 解析を実施するためには，供試 GFRP 板の引張及び圧縮に対する降伏応力（σ_{Yt}及びσ_{Yc}）並びに弾性率（E_t及びE_c）を設定する必要がある。ここでは，これらの値を変数として，3 点曲げ試験によって得られた曲げ強度特性の基準値に一致するまで 3 点曲げ FEM 解析を繰り返し実施し，得られた結果に基づき材料モデルを同定する。

過去の実験的研究では，GFRP の引張及び圧縮に対する強度及び弾性率とガラス繊維体積含有率との関係が報告されている。ただし，対象とした GFRP の強化繊維及び樹脂は，無アルカリガラス朱子織及びポリエステル樹脂である。本研究では強化繊維としてマット材を使用しているが，ガラス繊維体積含有率の低い領域（11～20%；表 4.3 参照）においては，強化繊維の種類の影響は小さいことが示されている。そのため，この試験結果をそのまま参照し，GFRP 板の圧縮弾性率 E_c及び引張弾性率 E_tの比を $E_c/E_t = 0.926$（供試材料のガラス繊維体積含有率の平均値 14.8%を使用）と設定する。また，引張強度σ_{ut}はガラス繊維体積含有率と直線関係が認められるが，圧縮強度σ_{uc}はガラス繊維体積含有率にかかわらずほぼ一定値（250MPa）となることも報告されている。したがって，本研究ではこれらの特性を勘案し，試験片 F3 グループの公称寸法（$b \times t \times L = 40 \times 4.0 \times 75$mm）を対象とした FE モデルを作成する。材料モデルは心材用材料と同様に等方性を仮定した弾線形硬化塑性体モデルを適用し，引張降伏応力σ_{Yt}及び引張弾性率 E_tを変化させながら（$E_c/E_t = 0.926$ 及び$\sigma_{Yc} = \sigma_{uc}$は維持），試験結果から得られた見かけの曲げ強度基準値が得られるまで 3 点曲げ FEM 解析を繰り返し実施した。試験結果をほぼ満足する解析結果を図 5.6 に示すが，この場合に設定した引張降伏応力及び引張弾性率はそれぞれ，$\sigma_{Yt} = 136$ MPa 及び $E_t = 6.90\times10^3$ MPa であった。また，この解析結果から見かけの曲げ強度及び曲げ弾性率を式(1)及び式(2)により求めると，$\sigma_{ub} = 157$ MPa 及び $E_b = 7.31\times10^3$ MPa が得られ，図 5.5 に示した試験結果とほぼ等価な曲げ特性となる。なお，GFRP 板は降伏後に直ちに破断するとし，破断ひずみ及びポアソン比としてそれぞれ，$\varepsilon_f = 1.0\times10^{-6}$及び$\nu = 0.3$ を仮定する。

以上の検討結果から，表 5.4 に示す材料特性に基づく等方性を仮定した弾線形硬化塑性体材料モデルにより，供試 GFRP 単板（F1～F5 グループ）の 3 点曲げ FEM 解析を行う。FE モデルを表 4.3 に示した試験片寸法平均値を基に作成し，バルサ材等と同様の 3 点曲げ FEM 解析を行った結果を図 4.4(c)及び(d)に合わせて示す。F1 グループに対しては，試験結果とほぼ同等の剛性及び最大荷重が得られているが，F3 及び F5 グループに対しては，やや小さめの結果となっている。これは図 5.5(a)に示したように，F1 グループの荷重最大値が平均値とほぼ同等であるのに対し，F3 及び F5 グループの荷重最大値が平均値と比べて大きめとなっていることによる。逆に，F2 及び F4 グループの FEM 解析結果は，試験結果より大きめの結果となっているが，いずれの試験片グループに対しても，3 点曲げ FEM 解析結果はばらつきの範囲内に収まっていることが分かる。以上より，後述するサンドイッチ構造板の 3 点曲げ FEM 解析においては，表 5.4 に示す値を用いた弾線形硬化塑性体モデルを使用する。

表 5.4 FEM 曲げ解析に使用した GFRP 単板の材料特性
(真応力及び対数ひずみによる).

引張降伏応力, σ_{Yt} (MPa)	136
引張弾性率, E_t (MPa)	6.90×10^3
圧縮降伏応力, σ_{Yc} (MPa)	250
圧縮弾性率, E_c (MPa)	6.36×10^3

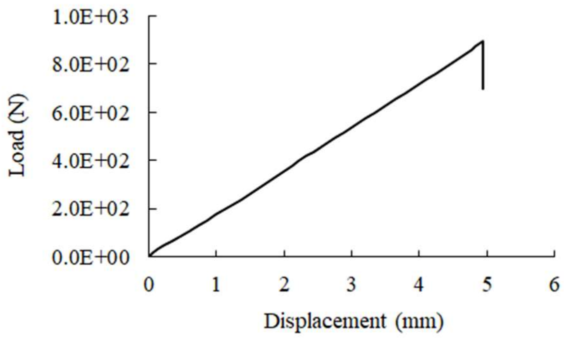


図 5.6 GFRP 単板の 3 点曲げ FEM 解析から得られた荷重とたわみの関係
(b × t × L = 40 × 4.0 × 75 mm).

５．４　サンドイッチ構造板の 3 点曲げ試験結果と FEM 解析

小型船舶安全規則において，縦強度に寄与すると認められる木材製心材は，米松，ラワン及び構造用合板のみであり，板厚算入率は米松及びラワンが 1.0，構造用合板が 0.8 と定められている。一方，バルサ材や硬質プラスチック発泡体等は板厚に算入できないことが規定されている。しかしながら，輸入小型船舶では，木材以外の材料がサンドイッチ構造の心材として使用され,規則に対して不適合となる場合もあるため，本研究ではバルサ材及びアクリル発泡体を心材とした場合の GFRP サンドイッチ構造板の曲げ強度性能を評価するとともに，これらの材料を心材とする場合の板厚算入率及び内外層 GFRP 板の内外比の影響について考察する。

５．４．１　バルサ材を心材としたサンドイッチ構造板の 3 点曲げ試験結果の考察

バルサ材を心材としたサンドイッチ構造板の 3 点曲げ試験結果（SB1～SB5）に対し，式(1)及び(2)により求めた見かけの曲げ強度 σ_{ub} 及び曲げ弾性率 E_b を表 4.4 に示したが，すべての試験片グループでばらつきの大きい結果となった。この原因として，内外 GFRP 層の繊維含有量や板厚のばらつきとともに，心材への樹脂含浸の不均一性による接着力のばらつきが考えられる。

バルサ材の板厚算入率は規則上，α = 0(サンドイッチ構造板の計算上の板厚を内外層 GFRP 板の板厚合算値とする）であるが，α を 0 から 1（サンドイッチ構造板の計算上の板厚を心材を含めた全板厚とする）まで変化させ，図 5.5 と同様に 3 点曲げ試験結果を整理する。すなわち，式(1)に用いる試験片の板厚 t を板厚算入率によって変化させ，対応する見かけの曲げ強度 σ_{ub} を算定する。得られた曲げ強度と板厚算入率の関係を図示すると図 5.7 の○印が得られる。この結果からはバルサ材の板厚算入率 α を 0.4 程度以下に設定して見かけの曲げ強度を算出すれば，GFRP 単板と同等以上の曲げ強度が得られることを示している。た

だし，$\alpha = 0.4$ を設定した場合の最大荷重と $2bt^2/3L$ の関係を図 5.8 に示すが，最小二乗近似直線の傾きとして，GFRP 単板とほぼ同等の見かけの曲げ強度が得られるものの，結果には大きなばらつきが見られる。

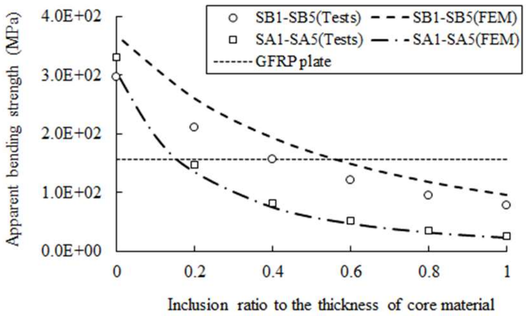


図 5.7 見かけの曲げ強度と心材材料の板厚算入率の関係

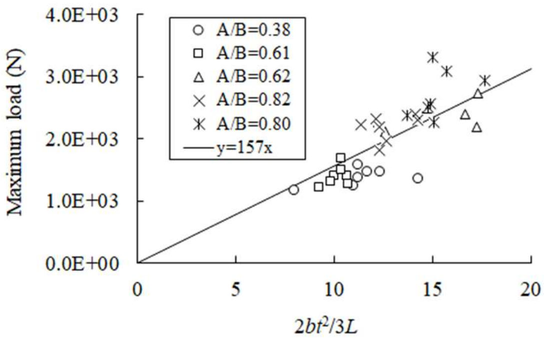


図 5.8 バルサ材を心材としたサンドイッチ構造板の最大荷重と $2bt^2/3L$ の関係（α=0.4）

５．４．２　アクリル発泡体を心材としたサンドイッチ構造板の 3 点曲げ試験結果の考察

アクリル発泡体を心材としたサンドイッチ構造板に対しても，第 5.4.1 項と同様の検討を行った結果（□印）を図 5.7 に合わせて示す。同図より，アクリル発泡体の板厚算入率 α を 0.15 程度以下に設定して見かけの曲げ強度を算出すれば，GFRP 単板と同等以上の曲げ強度が得られることが分かる。この場合についても，$\alpha = 0.15$ を設定した場合の最大荷重と $2bt^2/3L$ の関係を図 5.9 に示すが，特に内外比 A/B=0.94 の結果に大きなばらつきが見られる。

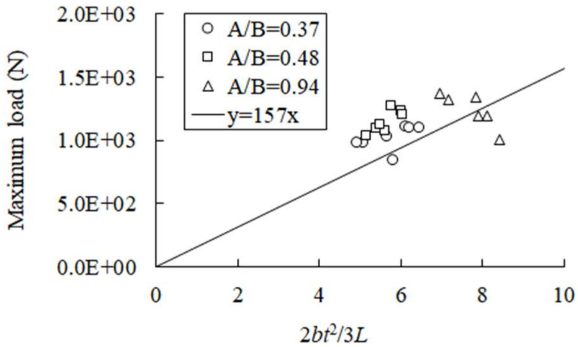


図 5.9 アクリル発泡体を心材としたサンドイッチ構造板の最大荷重と $2bt^2/3L$ の関係（α=0.15）

５．４．３　サンドイッチ構造板の FEM 解析

バルサ材及びアクリル発泡体を心材としたサンドイッチ構造板の 3 点曲げ FEM 解析を実施する。心材には第 5.2 節で検討した材料モデルを用い，内外層の GFRP 板には，第 5.3 節で検討した材料モデルを用いる。表 4.4 に示した供試試験片グループの寸法平均値から解析モデルを作成し，図 5.10 に示すような solid 要素によりモデル化する。FEM 解析結果を図 4.6 に合わせて示すが，GFRP 単板の 3 点曲げ FEM 解析結果と同様，SB1，SB3 及び SB5 並びに SA1，SA3 及び SA5 に対しては小さめの結果を，SB2 及び SB4 に対しては大きめの結果をもたらすが，個々の積層構成ごとに設定する引張及び圧縮に対する弾性率や降伏応力を設定すれば，より精度の高い 3 点曲げ FEM 解析結果が期待できることが明らかになった。

FEM 解析結果に対して，第 5.4.1 項に示した心材の板厚算入率を変えて，見かけの曲げ強度評価を実施した結果を図 5.7 に合わせて示す。バルサ材を心材としたサンドイッチ構造板の結果は,前述のとおりやや大きめの結果を示したが,試験結果と良い相関を示しており,バルサ材やアクリル発泡体に対しても板厚算入率を適用できる可能性が明らかになった。

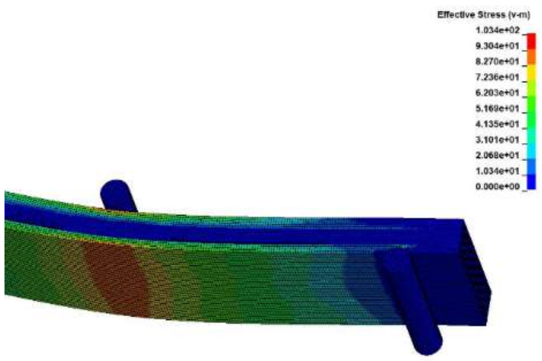


図 5.10 サンドイッチ構造板の FE モデル(SB3)

５．５　内外比Ａ／Ｂに関する考察

図 5.5，図 5.8 及び図 5.9 から明らかなように，本研究で実施した GFRP 単板及びサンドイッチ構造板の曲げ強度はばらつきが大きく，内外比 A/B の影響は顕著に現れていないことが分かった。ただし，実船体でのサンドイッチ構造板の使用を考えると，特に弾性率の小さい材料を心材とする場合には，局所的な荷重によって安全航行に支障をきたすような船体変形が生じることも考えられるため，想定される局所荷重に耐える最低限の板厚は確保すべきであり（図 4.5(d)参照），内外層 GFRP 板の厚さ比による規定ではなく，両者の最小板厚を規定することが合理的であると思われる。これについては試験片レベルの評価では不十分であるため，船体外板パネルや船体全体の強度評価を第 8 章及び第 9 章で実施する。

５．６　板厚算入率に関する考察

GFRP サンドイッチ構造板における心材の板厚算入率は，使用される心材と GFRP との引張弾性率の比によって規定されている。引張試験結果から得られた値をこれに適用すると，バルサ材に対しては 0.163GPa/6.9GPa＝2.36×10^{-2}，アクリル発泡体に対しては 0.017GPa/6.9GPa＝2.46×10^{-3} となり，現行基準において板厚算入を認めていない根拠をほ

ぼ示す結果となる。一方，第 5.4 節で示したように，サンドイッチ構造板の 3 点曲げ試験結果に基づいて板厚算入率を求めると,それぞれに対して0.4及び0.15程度の値が得られる。細長い梁形状の 3 点曲げ試験における部材内の応力状態はほぼ 1 軸状態であり，実船体のように補強材で補強されたパネルと比較して厳しい状態であることを考慮すると，これらの数値は適用可能性があると推察される。これについては，第 8 章において FEM 解析により詳しく検証するが，供試材料の中で最も引張弾性率の小さいアクリル発泡体について板厚算入率が規定できれば，コアマット等木材以外の材料を心材としたサンドイッチ構造に対しても板厚算入率を採用できるようになり，船体の軽量化に資することができると考えられる。

本研究では，内外比 A/B や心材の板厚算入率について，サンドイッチ板の 3 点曲げによる見かけの曲げ強度の面からのみ評価を実施した。しかしながら，表 4.4 や図 4.4 に示した強度のばらつきに見られるように，供試サンドイッチ構造板の 3 点曲げ試験においても多様な破壊モードが存在するため，内外比 A/B や心材の板厚算入率がサンドイッチ構造板の強度に及ぼす影響を厳密に評価するためには，心材のせん断強度や局部損傷も踏まえた評価も必要である。これについては，4 点曲げ試験結果を参照し，周辺固定正方形パネルを解析対象とした FEM 解析を第 8 章で実施する予定である。

６　サンドイッチ構造板の４点曲げ試験

６．１　試験方法

バルサ材及びアクリル発泡体を心材としたサンドイッチ構造板の４点曲げによるせん断試験は、強化プラスチック船（FRP 船）特殊基準第６章 3.A (2)(a)(VII)に準じ、各材料について少なくとも５本ずつ実施した。荷重速度は t/2 mm/min（t は試験片全厚）とし、曲げ荷重及び荷重点における曲げ変形を測定した。サンドイッチ構造板の心材の見かけのせん断強度 τ_u は、規則に準じ次式(4)により求めた（心材のせん断応力が一様分布し、内外層 FRP 内のせん断応力が表面で 0 の三角形状になると仮定）。

$$\tau_u = (F_{max}/2)/\{(t_f + t_{core})\cdot b\} \tag{4}$$

ここに，F_{max} は破断荷重であり，t_f 及び t_{core} はそれぞれ，内外層 FRP の平均厚さ，及び，心材の厚さである。

６．２　試験結果

供試材の４点曲げ試験結果を表 6.1 に，全試験片の荷重～変位関係を図 6.1 に細実線で示す。試験においては，心材で破壊が生じるよう，外側スパンの長さを調整した。破壊の様相は図 6.2 に示すように，第 4.3 節に示した②及び③に分類されるが，表 6.1 には出現頻度の多い順に記載した。

② 心材破壊（図 6.2（a））

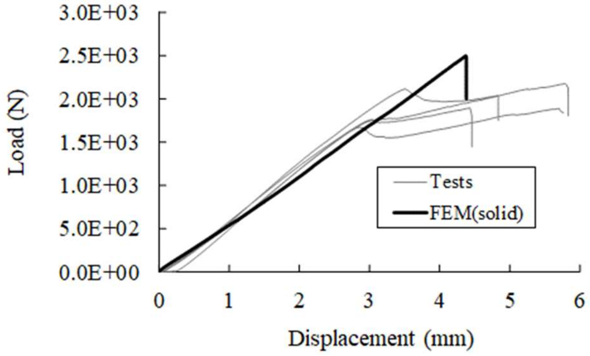
③ 心材破壊と外層板・心材間の剥離（図 6.2（b））

表 6.1 サンドイッチ材の４点曲げ試験結果（各試験片グループの平均値）

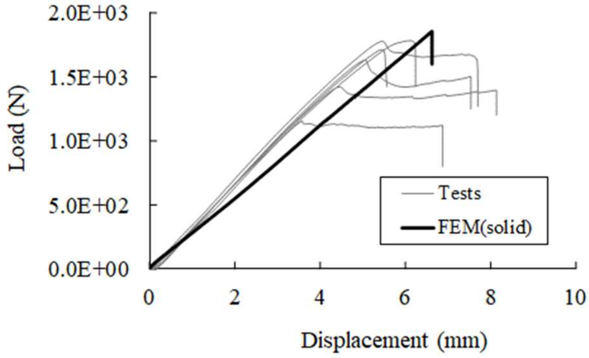
試験片グループ	SB1 (4P)	SB2 (4P)	SB3 (4P)	SB4 (4P)	SB5 (4P)	SA1 (4P)	SA3 (4P)	SA5 (4P)
内層板厚，A（mm）	1.59	1.97	2.62	2.46	3.89	1.64	2.01	3.31
外層板厚，B（mm）	4.34	3.41	4.07	3.30	3.54	3.66	3.25	3.36
A/B	0.37	0.56	0.65	0.74	1.09	0.45	0.62	0.99
心材材料	バルサ材					アクリル発泡体		
心材厚さ(mm)	6.30	6.00	6.30	6.00	6.30	15.00	15.00	15.00
試験片全厚(mm)	12.25	11.50	13.39	11.86	13.46	20.26	20.20	21.49
試験片幅，b（mm）	30.66	29.83	30.74	29.82	30.66	30.45	30.80	30.77
内側荷重点間距離(mm)	100	100	100	100	100	100	100	100
外側支持点間距離(mm)	160	180	250	200	250	250	250	250
最大荷重，F_{max}（kN）	1.83	1.50	1.58	1.71	1.95	0.818	0.842	0.925
見かけのせん断強度，τ_u（MPa）（標準偏差）	3.23 (0.507)	2.89 (0.595)	2.60 (0.451)	3.21 (0.799)	3.21 (0.673)	0.701 (0.158)	0.777 (0.0532)	0.823 (0.0827)
破壊の様相	②	②③	②③	②③	②③	③②	③	③②

サンドイッチ材の４点曲げ試験により，バルサ材及びアクリル発泡体の平均的な見かけのせん断強度 τ_u として，それぞれ，3.03MPa 及び 0.767MPa が得られた。しかしながら，図 6.2 に示すようなサンドイッチ材の破壊では，心材に生じる破断や心材・スキン材間の剥離

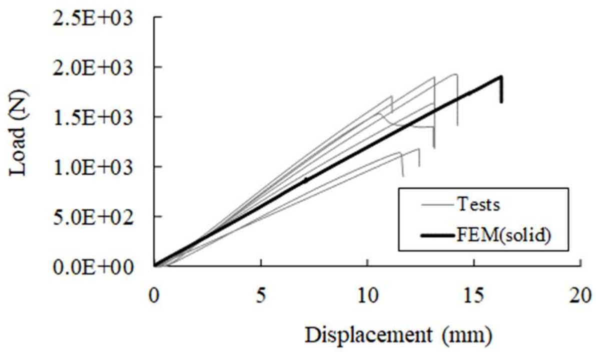
が試験片の幅方向に貫通する破壊様相であり，破壊後は荷重を全く保持できない厳しい試験条件であることに注意を要する（３点曲げ及び４点曲げ等の曲げ試験では，ローカルな破壊が全体破壊に直結するが，実船で想定されるようにパネルが軸力や面外分布荷重を受け，内外層 GFRP の破壊が心材の破壊より遅れるような条件であれば，心材破壊後もある程度の荷重保持性能が期待される）。



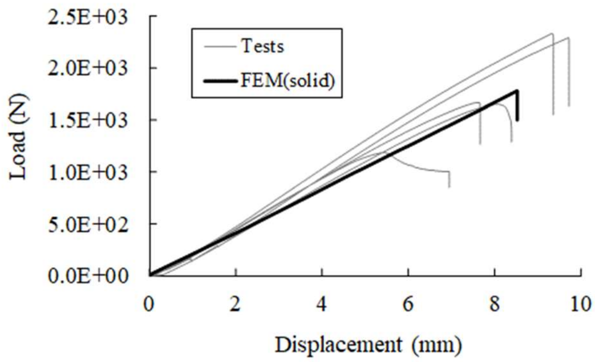
(a) バルサ SP (SB1s)



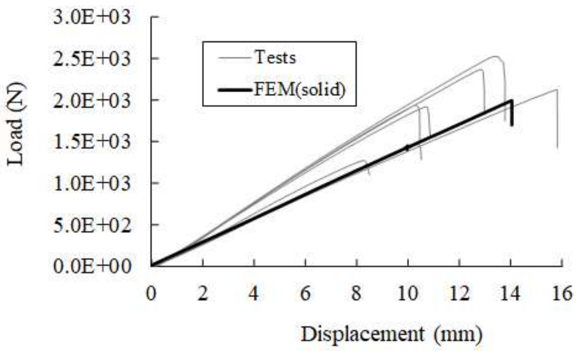
(b) バルサ SP (SB2s)



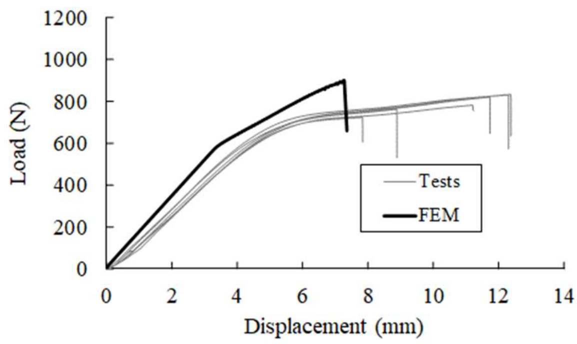
(c) バルサ SP (SB3s)



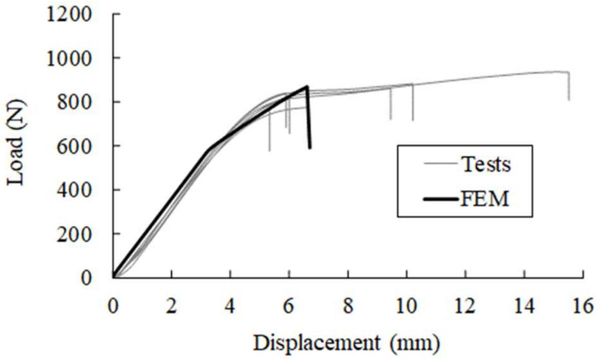
(d) バルサ SP (SB4s)



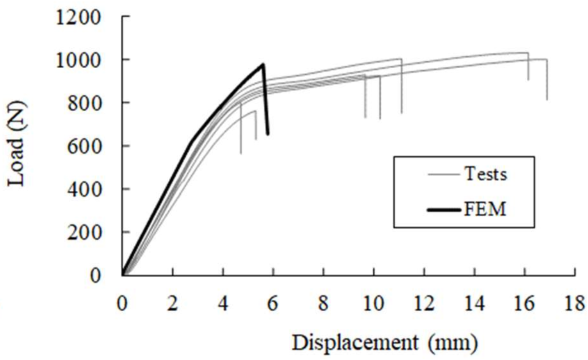
(e) バルサ SP (SB5s)



(f) アクリル発泡体 SP(SA1s)

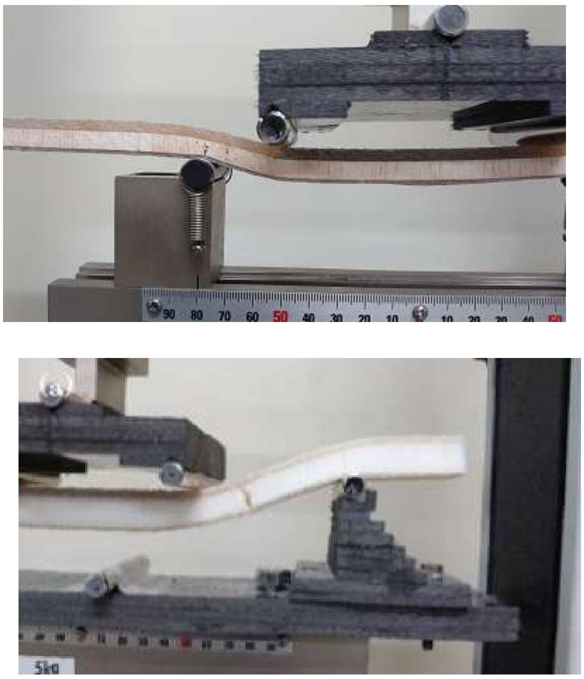


(g) アクリル発泡体 SP(SA3s)

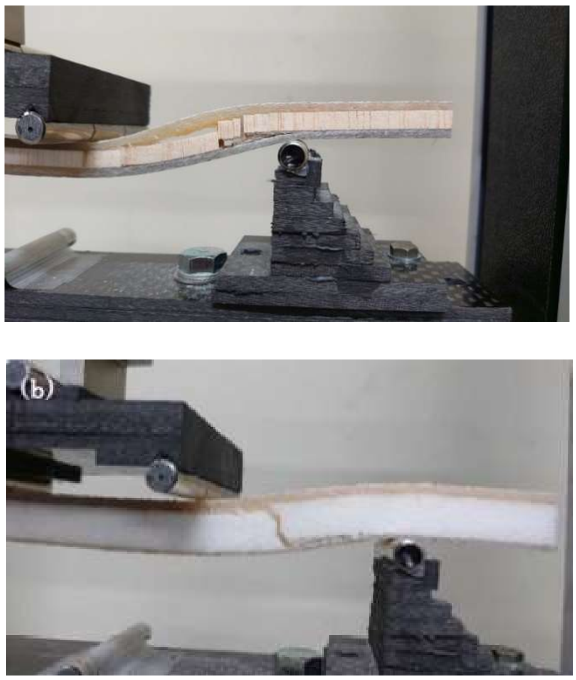


(h) アクリル発泡体 SP(SA5s)

図 6.1 4 点曲げ試験及び FEM 解析によって得られたサンドイッチ板の荷重～変位関係



(a) 心材のせん断破壊



(b) 心材のせん断破壊と FRP 層との剥離

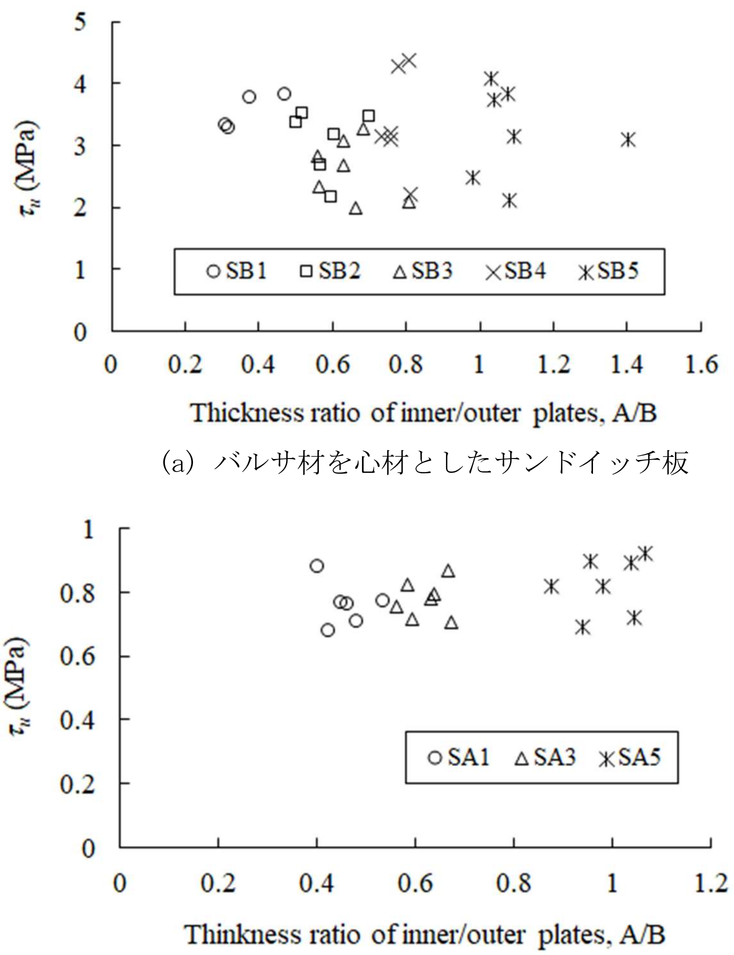
図 6.2　4 点曲げ試験によるサンドイッチ板の破壊の様相

７　サンドイッチ構造板の４点曲げ試験結果の考察と FEM 解析

７．１　サンドイッチ構造板の４点曲げ試験結果の考察

バルサ材及びアクリル発泡体を心材としたサンドイッチ構造板(SB1～SB5 及び SA1～SA5)の 4 点曲げ試験結果に対し，式(4)により求めた見かけのせん断強度を表 6.1 に示したが，特に，バルササンドイッチ板の試験片グループでばらつきの大きい結果となった。この原因は，3 点曲げ試験結果と同様，供試板の厚さ，及び，心材への樹脂含浸の不均一による接着力のばらつきと考えられる。

内外比 A/B（表 6.1 に示したサンドイッチ板の内層板厚 A と外層板厚 B の比）と見かけのせん断強度の関係を図 7.1 に示す。本図より，内外層 GFRP の板厚や内外比は，サンドイッチ板の見かけのせん断強度に影響を及ぼさない，すなわち，4 点曲げ試験においては，心材の破壊強度が支配的で，試験片全体の強度に及ぼす内外層 GFRP の影響は限定的であることが分かる。



(a) バルサ材を心材としたサンドイッチ板

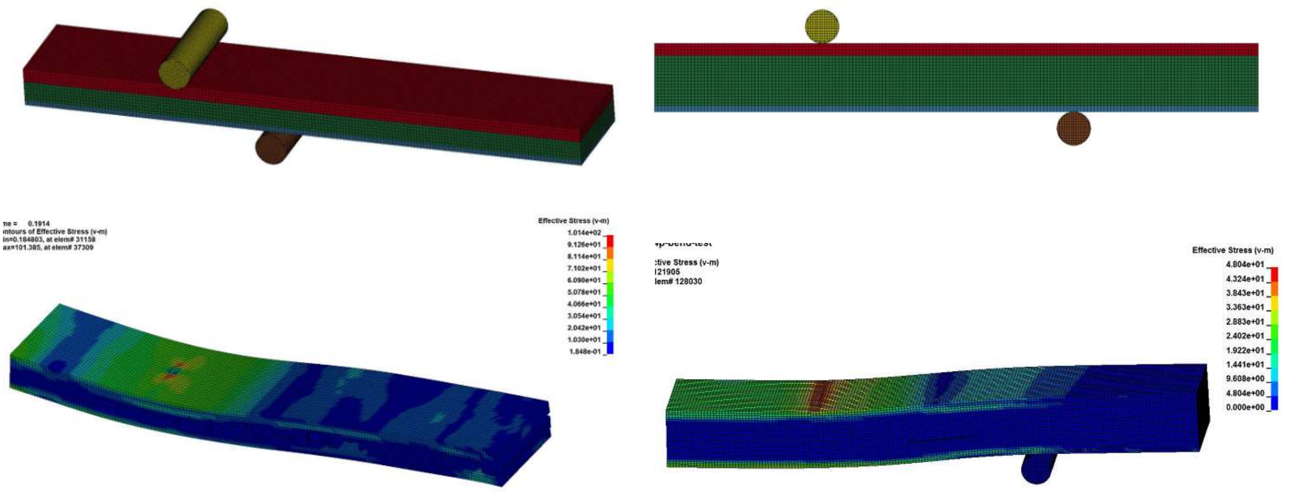
(b) アクリル発泡体を心材としたサンドイッチ板

図 7.1 バルササンドイッチ板の内外比と見かけのせん断強度の関係

７．２　サンドイッチ構造板の４点曲げＦＥＭ解析

図 7.2 に示すように，中央横断面での対称性を考慮し，4 点曲げ試験片の片側を対象とした FE モデルを作成した。サンドイッチ材を構成する GFRP，バルサ材，及び，アクリル発泡体のそれぞれに，3 点曲げ FEM 解析で用いた材料モデル（等方性を仮定した弾線形硬化塑性体モデル）を設定し，LS-DYNA による 4 点曲げ FEM 解析を実施した。ただし，アクリル発泡体の材料特性は，心材スリット部への樹脂の浸入を考慮し，引張及び圧縮の降伏応力 σ_{Yt} 及び σ_{Yc} を材料単独の引張試験等から得られた値の 2.70 倍（アクリル発泡体単独の 3 点曲げ FEM 解析では 1.73 倍）として解析を行った。

FEM 解析によって得られた荷重～変位関係を図 6.1 に太実線で示すが，バルサ材及びアクリル発泡体を心材としたサンドイッチ材ともに，試験結果と良い相関を示している。また，図 7.2 に示すように，心材側から破断ひずみに達し，要素が削除されている様子（心材破壊）が分かる。



(a) バルササンドイッチ材　　　　(b) アクリル発泡体サンドイッチ材

図 7.2 サンドイッチ板の 4 点曲げ FEM 解析の FE モデルと破壊の様相

７．３　板厚算入率αに関する考察

サンドイッチ構造板の見かけのせん断強度 τ_u は，規則に準じ式(4)により求められる（内外層 GFRP 及び心材の板厚により決まる）ものであり，ほぼ心材が分担可能なせん断応力と考えられる。したがって，板厚算入率αの設定値によってサンドイッチ材の見かけのせん断強度が影響を受けることはない。

７．４　心材厚がサンドイッチ板の見かけの曲げ強度に及ぼす影響の検討

サンドイッチ構造板の心材の厚さが見かけの曲げ強度に及ぼす影響を検討する。本研究では，心材の厚さを 25　mm 以下とする規定に関係すると思われるアクリル発泡体を対象と

する。サンドイッチ構造板の心材厚さ及び内外 GFRP 層の厚さをパラメータとして表 7.1 に示すアクリル発泡体サンドイッチ板を対象として，3 点曲げ FEM 解析（材料モデルは第 2 章を参照）を実施する。解析対象材の外層厚 B 及び幅は，それぞれ一定値 3.0mm，及び 50mm とし，下部支点間の距離を心材の厚さに応じて 336mm，576mm，816mm とする。見かけの曲げ強度 σ_{ub} は，アクリル発泡体の板厚算入率を $\alpha=0.15$ として計算する。なお，アクリル発泡体の材料モデルは，4 点曲げ試験と同様，引張試験結果から得られた材料モデルの 2.70 倍のモデルを採用した。

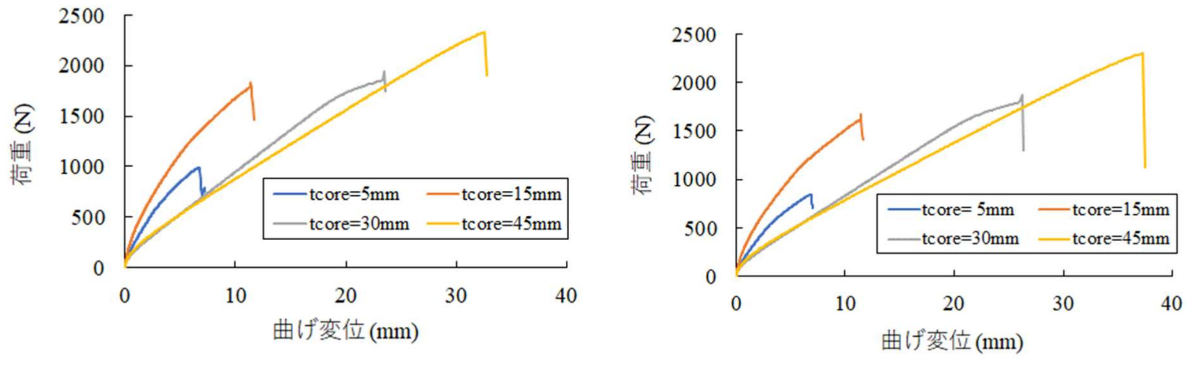
FEM 解析により得られた見かけの曲げ強度を表 7.1 に，荷重～変位関係を図 7.3 に，破断荷重及び見かけの曲げ強度を A/B に対して図 7.4 に示す。同図(a)より，4 種類の心材厚さにおいて，内層板厚が増すほど，破断荷重は上昇することが分かるが，心材の厚さが 5mm 及び 15ｍｍの場合，A/B が見かけの曲げ強度に及ぼす影響が 30mm 及び 45mm の場合より大きくなることが分かる。

ただし，同図(b)のように，α=0.15 を設定して計算したサンドイッチ板の見かけの曲げ強度は，心材の厚さが 5mm の場合を除いて，GFRP 単板の見かけの曲げ強度を上回っている。また，心材の厚さが増すほど，見かけの曲げ強度は上昇しており，板厚算入率を考慮して見かけの曲げ強度を評価すれば，安全側の評価になる。すなわち，「心材の板厚を 25mm 以下とする」規定は不要となる（逆に，発泡体を心材として用いる場合，ある程度以上の厚さが必要であることが分かる）。

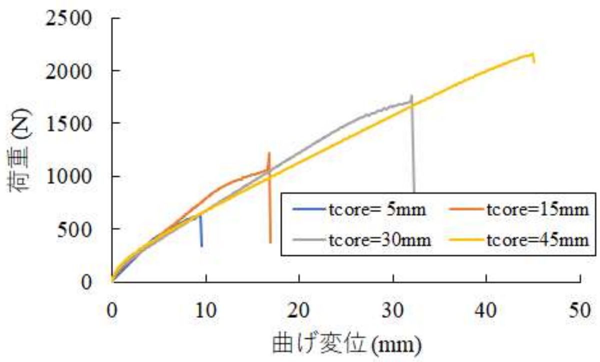
FEM 解析による各モデルの破壊の様相の一例を図 7.5 に示す。

表 7.1　心材厚さ及び内外層 GFRP 厚さを変えたアクリル発泡体サンドイッチ板の見かけの曲げ強度 σ_{ub}

心材厚さ（mm）	5			15			30			45		
支点間距離(mm)	176			336			576			816		
A/B	1.0	0.7	0.4	1.0	0.7	0.4	1.0	0.7	0.4	1.0	0.7	0.4
σ_{ub} (MPa)	114	131	135	271	312	295	303	350	404	352	401	441

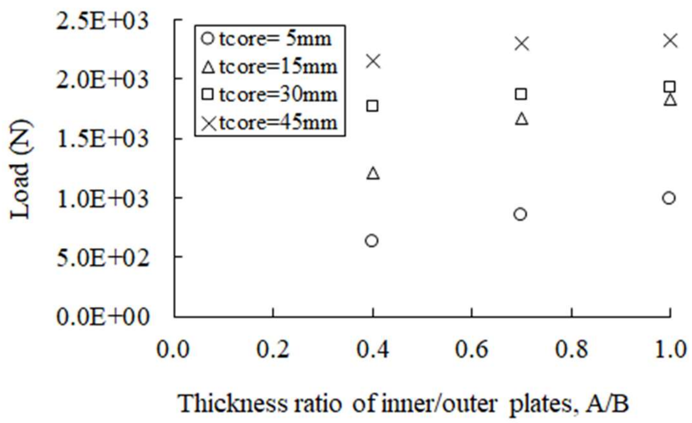


(a) A/B=1.0　　(b) A/B=0.7

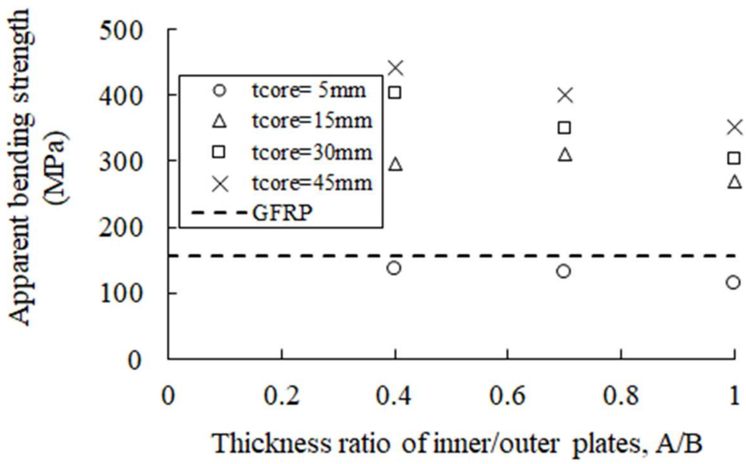


(c) A/B=0.4

図 7.3 心材の厚さを変えたアクリル発泡体サンドイッチ板の 3 点曲げ FEM 解析結果（荷重～変位関係：心材の板厚によって支点間距離 L は異なる）

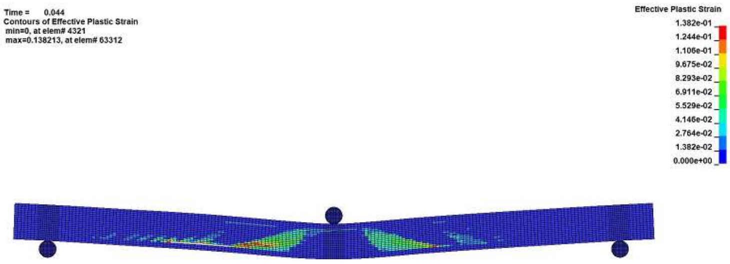


(a) 破断荷重（心材の板厚によって支点間距離 L は異なる）

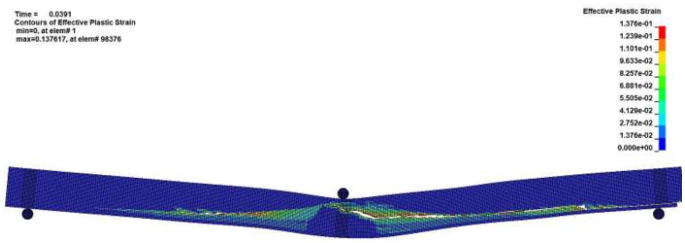


(b) 見かけの曲げ強度（α=0.15 を設定）

図 7.4　心材の厚さがサンドイッチ板の見かけの曲げ強度に及ぼす影響



(a)　t_{core} =15mm,　A/B=1.0



(b)　t_{core} =30mm,　A/B=1.0

図 7.5　破壊の様相の一例

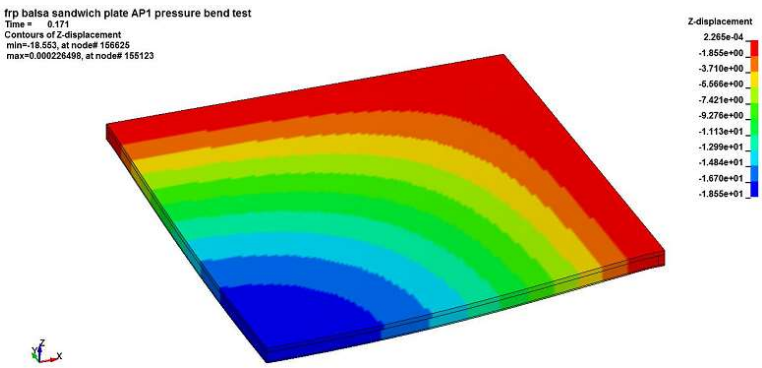
８　水圧を受ける周辺固定正方形サンドイッチパネルのＦＥＭ解析

８．１　解析対象及び解析方法

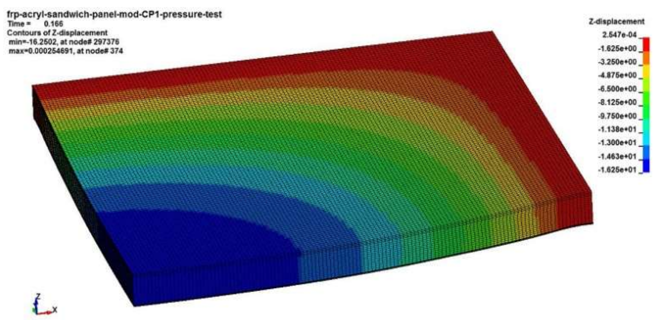
GFRP 単板，並びに，バルサ材及びアクリル発泡体を心材とした周辺固定正方形サンドイッチパネル（500×500mm）を対象として図 8.1 に示す FE モデルを作成し，水圧（等分布荷重）を準静的に負荷する FEM 解析を行う。

同図に示す通り，モデル化範囲を全体の 1/4（250×250mm）とし，パネルの対象軸上に対象条件，周辺に固定の境界条件を設定する（ただし，固定辺に近い心材 2 要素幅はローカル損傷を回避するため GFRP とする）。外層 GFRP 及び心材の板厚を一定とし，内層 GFRP の板厚を変化させ（A/B = 0.33～1.0），内外比がサンドイッチパネルの耐水圧に及ぼす影響を明らかにする。

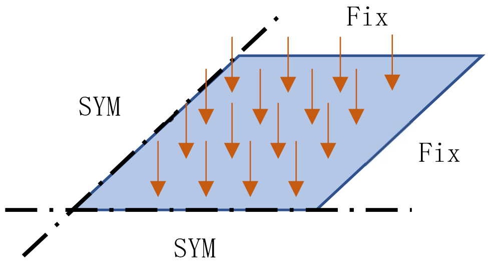
なお，FEM 解析に用いた各材料の材料特性は，第 3 章で得られた材料モデルとする。



(a) バルササンドイッチ板



(b) アクリル発泡体サンドイッチ板

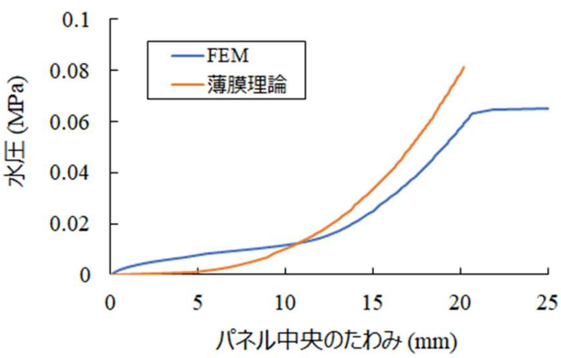


（c）境界条件

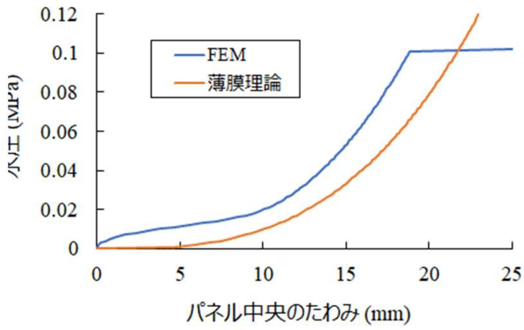
図 8.1　解析モデルと境界条件

８．２　ＧＦＲＰ単板パネルのＦＥＭ解析結果

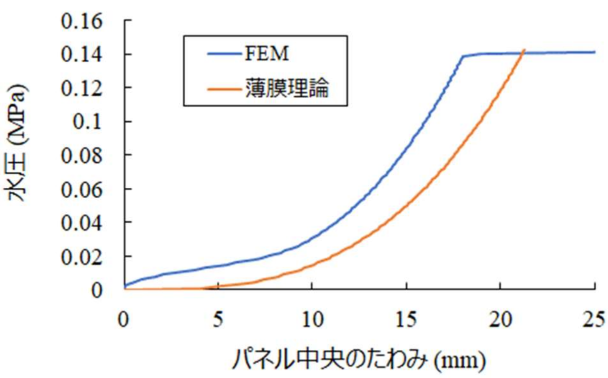
板厚を 1.5～9.0mm に変化させた GFRP 単板パネルの FEM 解析結果から得られた水圧とパネル中央における面外変位の関係を図 8.2 に示す。また，各パネルの最大水圧時のパネルの破壊の様相を図 8.3 に示す。



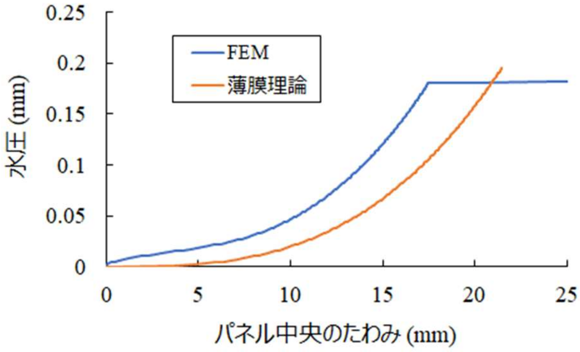
（a）板厚 1.5mm



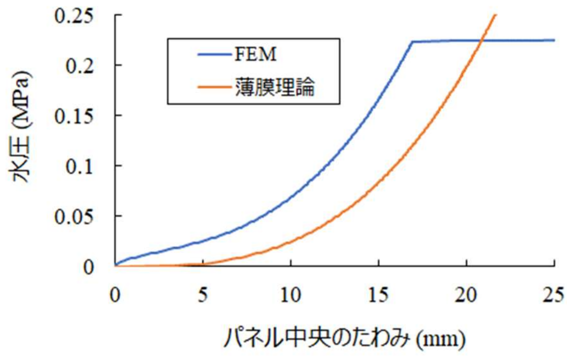
（b）板厚 3mm



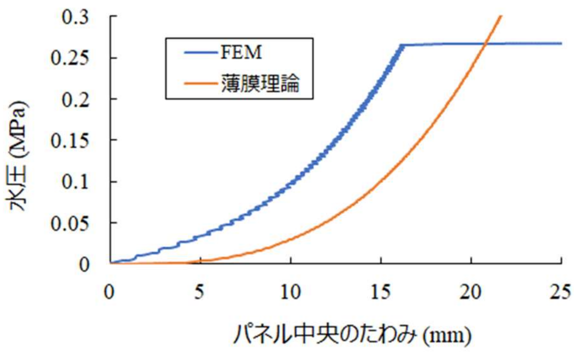
（c）板厚 4.5mm



（d）板厚 6mm

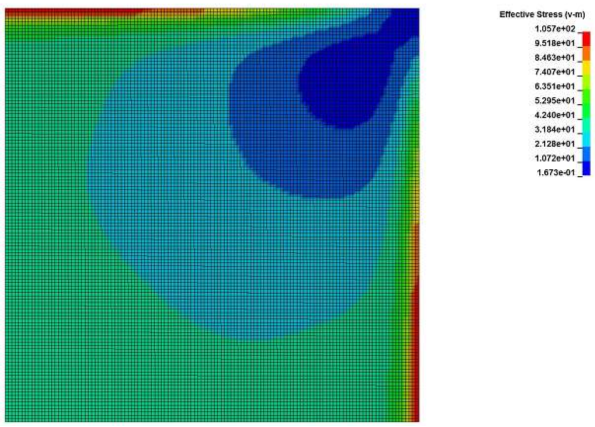


（e）板厚 7.5mm

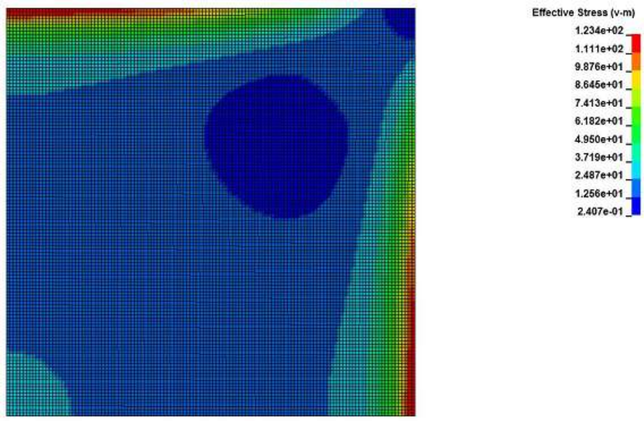


（f）板厚 9mm

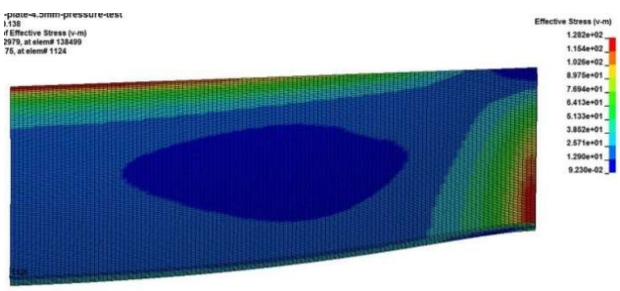
図 8.2　水圧を受ける周辺固定 GFRP パネルの荷重～変位関係



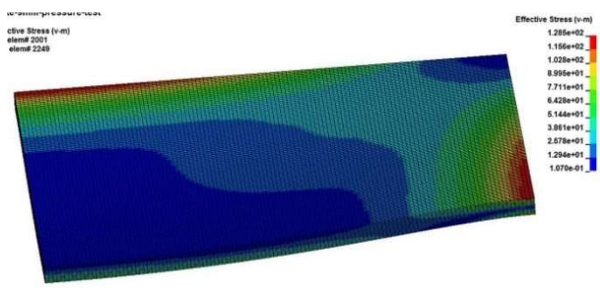
（a）板厚 1.5mm



（b）板厚 3ｍｍ



（c）板厚 4.5mm



（d）板厚 9ｍｍ

図 8.3　最大水圧時の周辺固定 GFRP パネルの破壊の様相

図 8.2 中に「薄膜理論」で示す曲線は，エネルギ法により導かれる理論解である（Timoshenko，S.P.：Theory of plates and shells，pp.420.）。すなわち，等分布荷重 q を受ける 1 辺の長さ $2a$，板厚 t の周辺固定正方形板では，最大変形 w_{max} は板中央において生じ，次式で求められる。ただし，板厚 t は 1 辺の長さ $2a$ と比較して十分に小さいとする。

$$w_{max} = 0.802a\sqrt[3]{\frac{qa}{Et}} \tag{5}$$

また，この場合，最大応力（最大膜応力）は，固定辺中央で生じ，次式で与えられる。

$$\sigma = \frac{0.462E}{1-\nu} \cdot \frac{w_{max}^2}{a^2} \tag{6}$$

GFRP 単板の厚さが 1.5mm の場合，FEM 解析結果と薄膜理論解は良い相関を示す（図 8.2 (a)参照）が，板厚の増加に伴い，FEM 解析結果には板厚の影響が生じ，薄膜理論と乖離し，曲げ変形が小さくなる。しかしながら，比較結果から GFRP 単板の FEM 解析結果が妥当であることが検証される。ただし，式(6)で計算される膜応力は，設定した GFRP 単板の降伏強度の 20%前後であり，式(6)から崩壊荷重を推定することはできないため，式(6)は，応力の面からの強度検証には適用性が低い（そもそも薄膜理論では板厚影響を考慮していないため）。なお，最大応力は図 8.3 のように，固定辺中央で生じることが確認される。

図 8.2 に示した FEM 解析によって得られた耐水圧（破壊荷重）を板厚に対して示すと，図 8.4 のようになり，本研究で解析対象とした板厚の範囲内では，周辺固定 GFRP パネルの耐水圧は板厚にほぼ比例することが分かった。すなわち，耐水圧 q_{max} と板厚 t の関係は，次式(7)で表される。

$$q_{max} = 3.01 \times 10^{-2}\ t \tag{7}$$

式(7)を用いることにより，水圧を受けるサンドイッチ構造パネルの耐水圧の要求値が分かれば，その耐水圧を得るのに必要な GFRP 単板パネルの板厚が分かることになる。

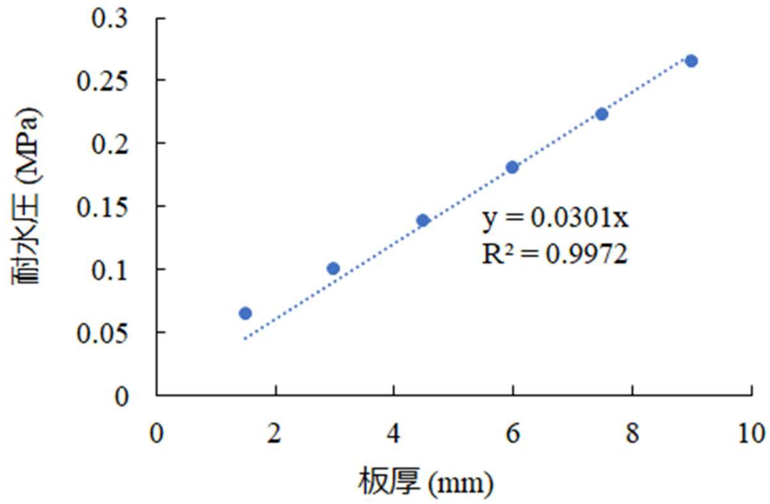


図 8.4　水圧を受ける周辺固定 GFRP パネルの耐圧力と板厚の関係

８．３　バルササンドイッチパネルのＦＥＭ解析結果

バルサ材を心材としたサンドイッチパネルについても GFRP 単板パネルと同様の条件を設定し，FEM 解析を実施した。内外層 GFRP 及び心材に設定した板厚を表 8.1 に示す。

表 8.1　水圧を受けるバルサ材を心材としたサンドイッチパネルの耐水圧

記号	内層板厚 A (mm)	心材厚 C (mm)	外層板厚 B (mm)	A/B	耐水圧 (MPa)	等価な GFRP 単板の板厚 (mm)＊
SBP1	0.94	6.30	2.82	0.333	0.172	5.71
SBP2	1.41	6.30	2.82	0.500	0.190	6.31
SBP3	1.88	6.30	2.82	0.667	0.212	7.04
SBP4	2.12	6.30	2.82	0.752	0.227	7.54
SBP5	2.82	6.30	2.82	1.00	0.263	8.74

＊：得られた耐水圧を得るために必要な GFRP 単板パネルの板厚を式(7)により求めた。

水圧を受けるバルササンドイッチパネルの水圧とパネル中央の変位の関係を図 8.5 に示し，得られた耐水圧を表 8.1 に合わせて示す。表中の「等価な GFRP 単板の板厚」は，式(7)により求めた等価 GFRP 単板の板厚である。例えば，SBP1 に対しては，GFRP 層厚 3.76mm と等価 GFRP 単板厚 5.71mm の差 1.95mm 分が必要な心材厚さとなるため，1.95/6.3=0.310 が必要な板厚算入率となり，提案値 0.40 が妥当であることが分かる。

破壊の様相の一例を図 8.6 に示す。

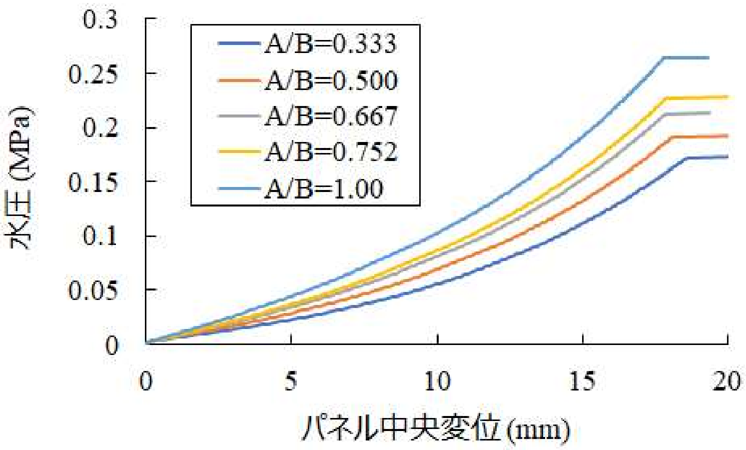
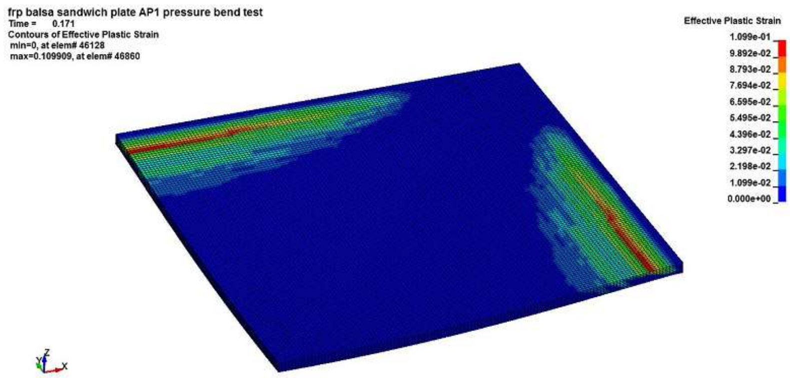
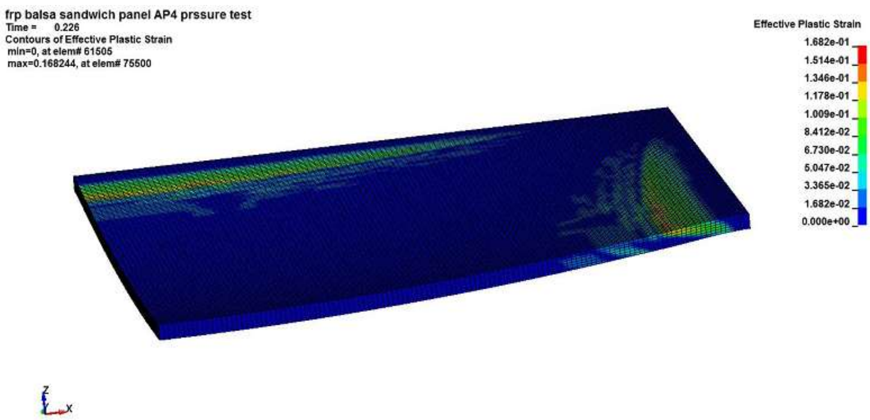


図 8.5　水圧を受けるバルササンドイッチパネルの水圧とパネル中央の変位の関係



(a) SBP1



(b) SBP5

図 8.6　水圧を受けるバルササンドイッチパネルの破壊の様相（バルサ材のみ表示）

８．４　アクリル発泡体サンドイッチパネルのＦＥＭ解析結果

アクリル発泡体を心材としたサンドイッチパネルについても GFRP 単板パネルと同様の条件を設定し，FEM 解析を実施した。内外層 GFRP 及び心材に設定した板厚を表 8.2 に示す。

表 8.2　等分布荷重を受けるアクリル発泡体を心材としたサンドイッチパネルの耐水圧

記号	内層板厚 A (mm)	心材厚 C (mm)	外層板厚 B (mm)	A/B	耐水圧 (MPa)	等価な GFRP 単板の板厚 (mm)＊
SAP1	0.94	15.0	2.82	0.333	0.167	5.55
SAP2	1.41	15.0	2.82	0.500	0.177	5.88
SAP3	1.88	15.0	2.82	0.667	0.198	6.58
SAP4	2.12	15.0	2.82	0.752	0.202	6.71
SAP5	2.82	15.0	2.82	1.00	0.254	8.44

＊：得られた耐水圧を得るために必要な GFRP 単板パネルの板厚を式(7)により求めた。

水圧を受けるアクリル発泡体サンドイッチパネルの水圧とパネル中央の変位の関係を図 8.7 に示し，得られた耐水圧を表 8.2 に合わせて示す。表中の「等価な GFRP 単板の板厚」は，式(7)により求めた等価 GFRP 単板の板厚である。例えば，SAP1 に対しては，GFRP 層厚 3.76mm と等価 GFRP 単板厚 5.55mm の差 1.79mm 分が必要な心材厚さとなるため，1.79/15=0.119 が必要な板厚算入率となり，提案値 0.15 が妥当であることが分かる。

破壊の様相の一例を図 8.8 に示す。

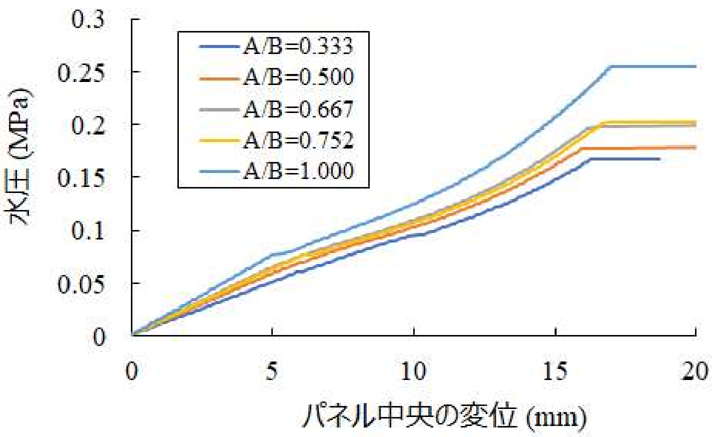
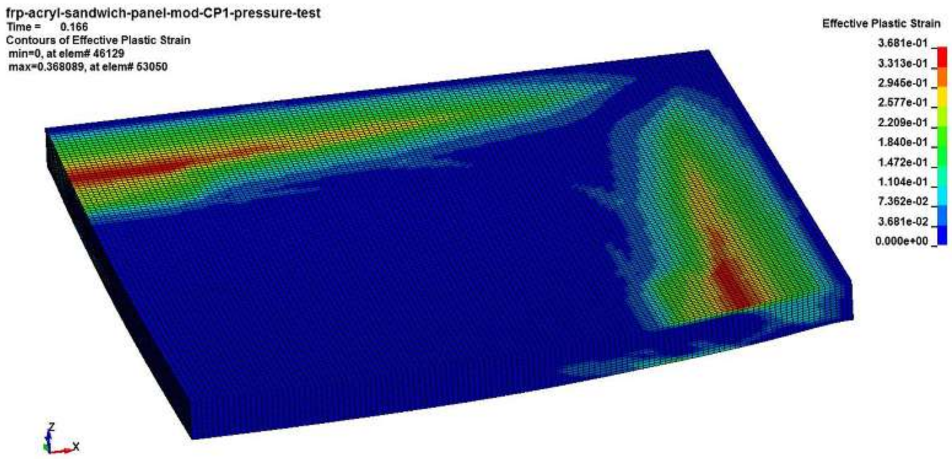
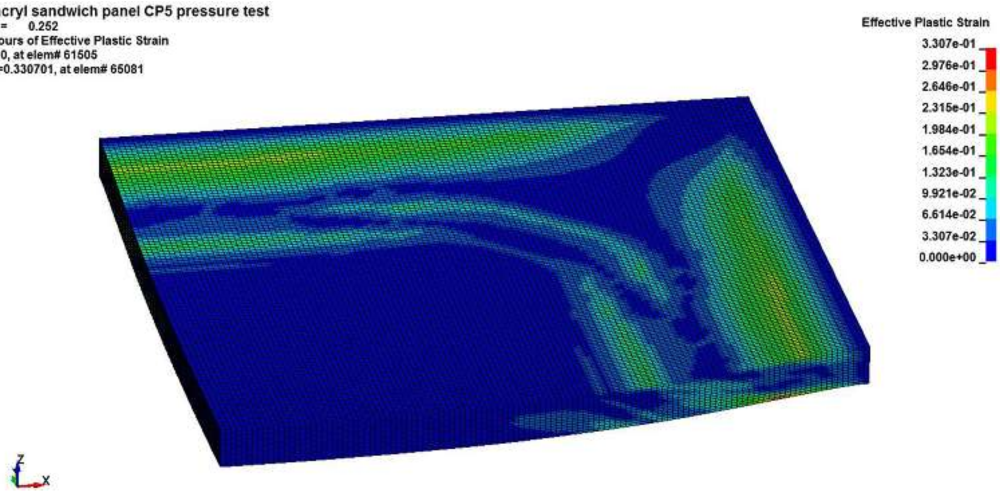


図 8.7　水圧を受けるアクリル発泡体サンドイッチパネルの水圧とパネル中央の変位の関係



（a）SAP1



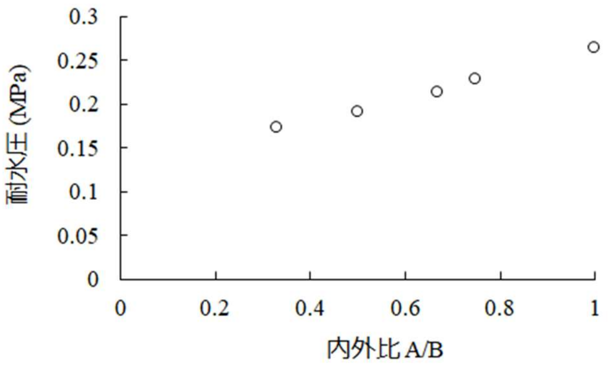
（b）SAP5

図 8.8　水圧を受けるアクリル発泡体サンドイッチパネルの破壊の様相（アクリル発泡体のみ表示）

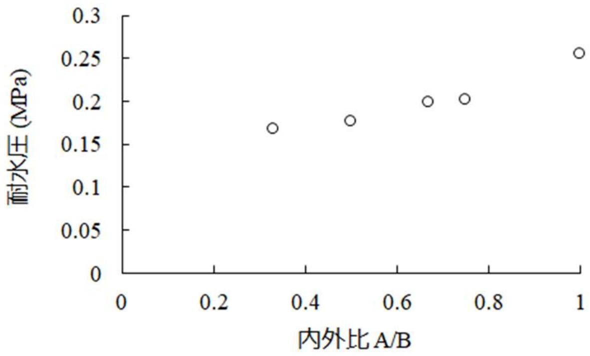
８．５　ＦＥＭ解析結果の考察

バルサ材及びアクリル発泡体を心材としたサンドイッチパネルの内外比 A/B を変化させた（外層板厚 B は一定）FEM 解析を実施した結果を図 8.9 に整理した。水圧（等分布荷重）を受けるサンドイッチパネルについては，いずれの心材についても内層板厚 A が小さくなる（A/B が小さくなる）に従い，耐水圧が低下する傾向が見られた。

そこで，バルサ材及びアクリル発泡体に対して，板厚算入率 α を設定（それぞれ 0.40 及び 0.15）して，等価板厚に基づいて耐水圧を整理した結果を GFRP 単板パネルと比較して示すと図 8.10 が得られる。同図より，提案値に基づく等価板厚により耐水圧を評価した結果は，GFRP 単板パネルの耐水圧とほぼ等価であり，提案した板厚算入率 α が妥当であることが明らかになった。



(a) バルササンドイッチパネル



(b) アクリル発泡体サンドイッチパネル

図 8.9　水圧を受ける周辺固定サンドイッチパネルの耐水圧と内外比の関係

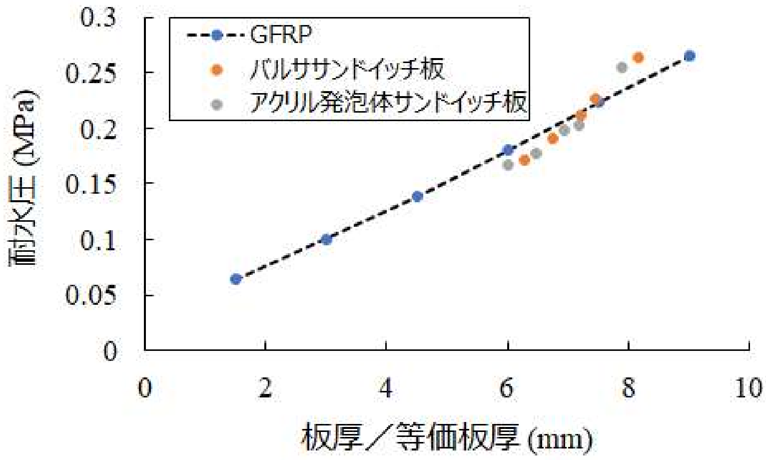


図 8.10　水圧を受ける周辺固定パネルの耐水圧と板厚（GFRP 単板）及び等価板厚（サンドイッチ版）の関係

９　サンドイッチ構造の部材強度評価法の船体強度評価規則への適用

前章まで，試験片の 3 点曲げ及び 4 点曲げ, 並びに, 等分布荷重を受ける正方形パネルを対象として材料試験や FEM 解析を行い, サンドイッチ構造材の曲げ強度について検討してきた。本章では，得られた結果を小型船舶の縦曲げ強度（部材に生じる面内応力での強度評価が必要）に適用可能かを検証するため, アクリル発泡体サンドイッチ構造製小型船舶を対象として，規則に従った断面係数に基づく計算，並びに，船体横断面の部分 FE モデルを用いた FEM 解析により，比較・検証を行う。

９．１　解析対象

ここでは，一例として, アクリル発泡体を心材としたサンドイッチ板を船底にもつ矩形断面の小型船舶を想定する。解析対象船の断面形状を図 9.1 のように，主要目を表 9.1 のように設定する。強度評価基準による曲げモーメント M_tは，安全率を 10 として，

$$M_t = 10 \cdot 9.8W \cdot 0.6 \cdot L/8 = 6.19 \times 10^5 \text{ kN·mm} = 6.19 \times 10^8 \text{ N·mm}$$

となる。

表 9.1　解析対象船の主要目

船長：L	9.62 m
排水量：W	8.76 ton
幅：B	3.4 m
深さ：D	1.2 m
甲板片幅：B_d	0.4 m
船速：V	18.2 knot

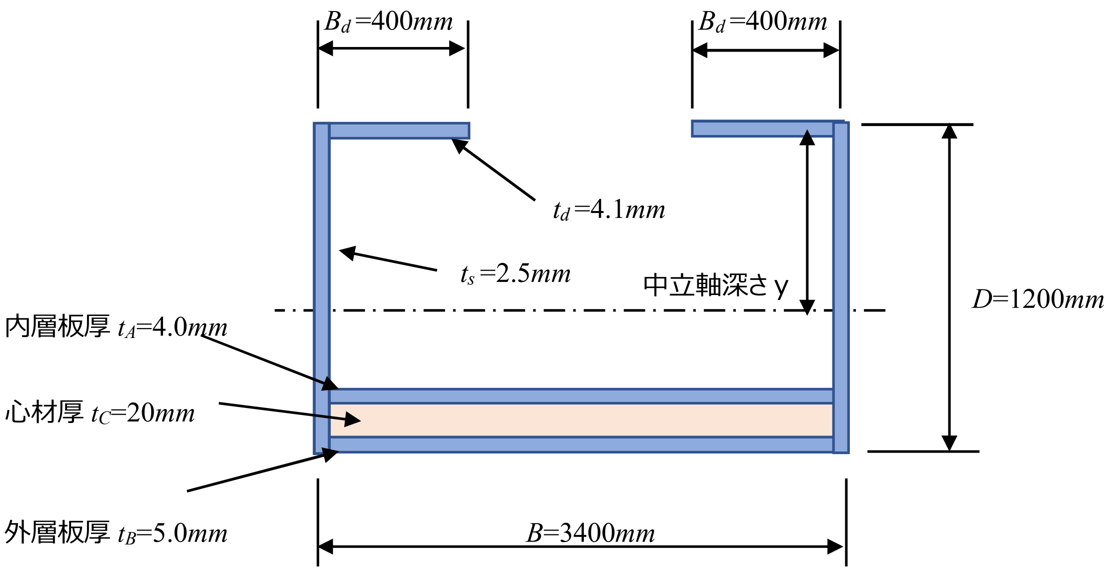


図 9.1　対象船の横断面

９．２　心材の板厚評価方法

ここでは船底外板に配置するサンドイッチ構造の評価方法として以下の 5 ケースを想定し，断面係数に基づく計算及び FEM 解析を実施する。すなわち，表 9.1 に示した船体主要目に基づく縦曲げモーメント M_t 作用時に，甲板及び船底に生じる面内曲げ応力を比較・評価する。

(Case 1) 内外層 GFRP 板及び心材を忠実にモデル化する場合
(Case 2) 内外層 GFRP 板をモデル化するが，心材部分を空間とする場合
(Case 3) 心材の板厚算入率 α ＝0.0（現行基準）とした等価な GFRP 単板に置き換える場合（船底外板を板厚 9mm の GFRP 単板に置換）
(Case 4) 心材の板厚算入率 α ＝0.15（提案方法）とした等価な GFRP 単板に置き換える場合（船底外板を板厚 12mm の GFRP 単板に置換）
(Case 5) 心材の板厚算入率 α ＝1.0 とした等価な GFRP 単板に置き換える場合（船底外板を板厚 29mm の GFRP 単板に置換）

９．３　断面係数による強度評価の方法（小型船舶安全規則に関する細則）

GFRP 単板構造の小型船舶に対しては，船体横断面を図 9.2 に示すような矩形断面と仮定して，断面の中立軸深さ（甲板の板厚中心から中立軸までの距離）y，並びに，断面二次モーメント I をそれぞれ次式(8)及び(9)で計算することになっている。ただし，サンドイッチ構造製小型船舶に対しては，これらを直接計算する算式は示されておらず，サンドイッチ板を規定された板厚算入率に従い GFRP 単板に置き換えることにより，y 及び I を計算することになっている。

$$y = D \cdot \frac{t_b B + t_s D}{2t_d B_d + 2t_s D + t_b B} \tag{8}$$

$$I = \frac{2t_s D^3}{3} + t_b B D^2 - \frac{D^2 (t_b B + t_s D)^2}{2t_d B_d + 2t_s D + t_b B} + \frac{t_b^3 B}{12} + \frac{t_d^3 B_d}{6} \tag{9}$$

そこで，9.2 節に示した 5 ケースについて，中立軸の深さ y 及び断面二次モーメント I を計算する。

まず，Case 1（内外層 GFRP 板及び心材を忠実にモデル化する）の場合，心材部分の計算上の幅として，アクリル発泡体と GFRP の引張弾性率の比（18.3MPa/7.10×10^3MPa）を船幅に乗じることとし，表計算ソフトにより計算すると，y = 1.000×10^3mm，I = 5.995×10^9mm^4 となる。また，Case 2（内外層 GFRP 板をモデル化するが，心材部分を空間とする）の場合についても同様に表計算ソフトにより計算すると，y = 9.992×10^2mm，I = 5.995×10^9mm^4 が得られ，両ケースでほとんど差がないことが分かる。

さらに，Case 3（船底外板を板厚 9mm の GFRP 単板に置換），Case 4（船底外板を板厚 12mm の GFRP 単板に置換），及び，Case 5（船底外板を板厚 29mm の GFRP 単板に置換）の場合，式(8)及び(9)により計算すると，それぞれ，y = 1.011×10^3mm，I = 6.179×10^9mm^4，y =

1.050×10^3mm, I = 6.470×10^9mm^4, 並びに, y = 1.130×10^3mm, I = 7.084×10^9mm^4 となる。これらをまとめて表 9.2 に示す。

表 9.2 の結果をもとに，縦曲げモーメント（サギング状態）M_t = 6.19×10^8 N･mm が作用する場合に，甲板及び船底外板表面に作用する曲げ応力を計算すると，表 9.3 が得られる。

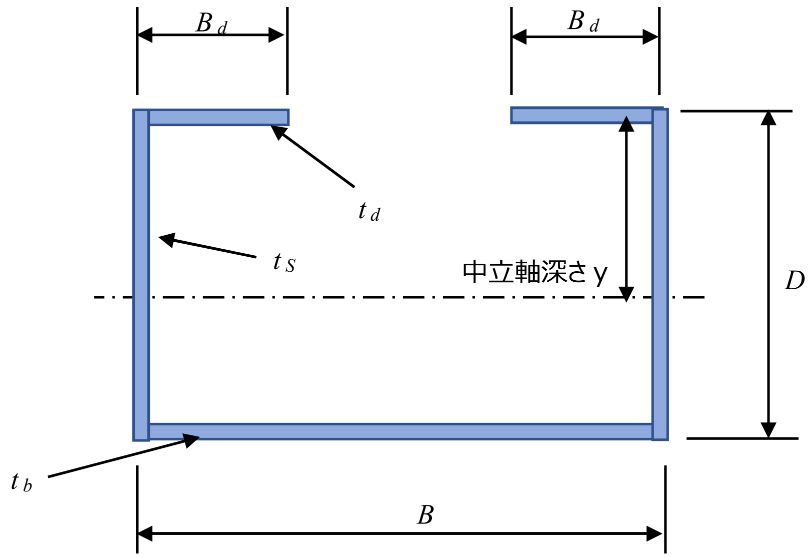


図 9.2　モデル化された船体横断面の形状

表 9.2　中立軸～甲板及び船底外板の距離，並びに，断面二次モーメント

	特徴	中立軸～甲板の板厚表面までの距離 h_1	中立軸～船底外板の板厚表面までの距離 h_2	断面二次モーメント I
Case 1	内外層 GFRP 板及び心材を忠実にモデル化	1002.0mm	198.0mm	5.995×10^9 mm^4
Case 2	内外層 GFRP 板をモデル化するが，心材部分を空間とする	1001.2mm	198.8mm	5.995×10^9 mm^4
Case 3	心材厚さ考慮せず	1013.1 mm	186.9 mm	6.179×10^9 mm^4
Case 4	心材厚さ 15%考慮	1051.6 mm	148.4 mm	6.470×10^9 mm^4
Case 5	心材厚さ 100%考慮	1132.2 mm	67.8mm	7.084×10^9 mm^4

表 9.3 M_t = 6.19×10^8 N･mm により甲板及び船底外板に生じる曲げ応力（サギング状態）

	甲板σ_d (MPa)	船底外板σ_b (MPa)
Case 1	−103.5	20.4
Case 2	−103.4	20.5
Case 3	−101.5	18.7
Case 4	−100.6	14.2
Case 5	−98.9	5.92

表 9.3 に示すように，甲板側に生じる圧縮応力はいずれの場合もほぼ同等の計算結果になっている。一方，船底側は Case 5 の計算結果が Case 1〜Case 4 の結果の約 1/3 程度の引張応力となっており，心材をそのまま GFRP に置き換えて曲げ応力を評価することは危険側の結果を与えることが分かる。また，Case 3 と Case 4 の結果を比較すると，船底外板側の曲げ応力が Case 4（提案手法）でやや小さめになるものの，一般的に小型船舶の中立軸は船底寄りで曲げ応力は甲板側より小さくなると考えられるため，アクリル発泡体の厚さを 15%考慮することによる影響は小さいと言える。

９．４　積層板としての等価曲げ剛性に基づく軽量化効果の推定例

9.1 節に示した矩形断面の船体がサギングモーメントを受ける場合，引張が作用する船底部材の等価曲げ剛性を参考資料に基づき算定する。

供試 GFRP 及びアクリル発泡体の引張弾性率は，それぞれ，$E_{t,GFRP}$ = 6900 MPa，及び $E_{t,AF}$ = 18.3 MPa である。船底外板のサンドイッチ材としての内層板表面から中立軸までの距離λを参考資料の式(A3)により求めると，λ= 15.6mm が得られ，単位幅当たりの等価曲げ剛性は，EI_{SP} = 9.33×10^6 N･mm^2 が得られる。

一方，単位幅当りの曲げ剛性が上記の EI_{SP} と等しくなる GFRP 単板の板厚は，t_{GFRP}=25.3mm であるので，サンドイッチ材の強度を部材の曲げ剛性の面からのみ評価した場合，内外層合計板厚 9mm+アクリル発泡体 20mm のサンドイッチ構造による軽量化効果は約 64.4%となる（供試アクリル発泡体のかさ比重＝0.050，GFRP のかさ比重＝1.39 として計算）。

９．５　ＦＥＭ解析による検証

9.3 節で検討した結果を検証するため，Case 1〜Case 4 についてそれぞれ FE モデルを作成し，基準曲げモーメント M_t を負荷した場合に生じる応力を検証する。

（１）FE モデル

作成した FE モデルの一例を図 9.3 に示す。

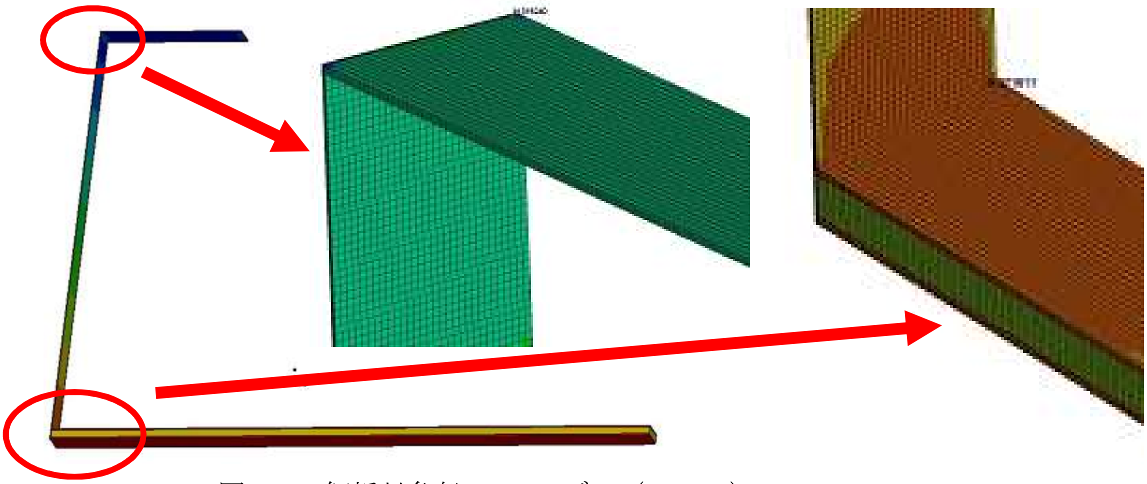


図 9.3　解析対象船の FE モデル（Case 1）

（2）境界条件

図 9.4 に示すように，FE モデルの両側横断面の面内変位をすべて拘束するとともに，重心位置に仮想節点を設け，すべての面内変位を縮約した（MPC: Multi Point Constraint）。曲げモーメントはその仮想節点に負荷することにより，部材曲げ応力を解析した。

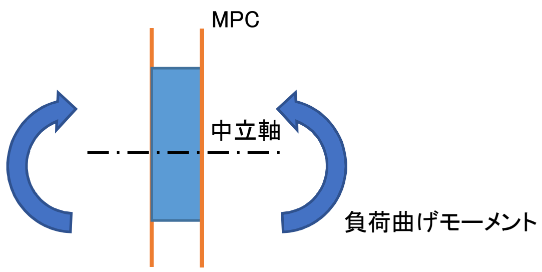
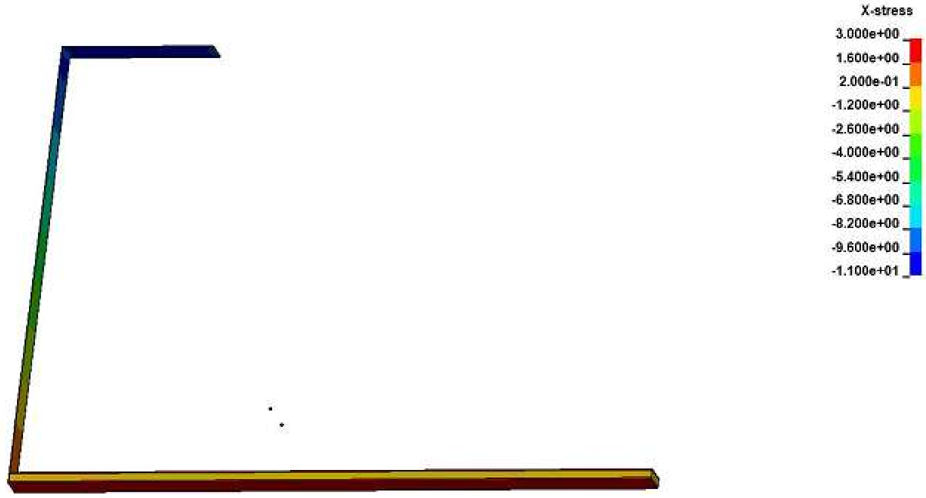
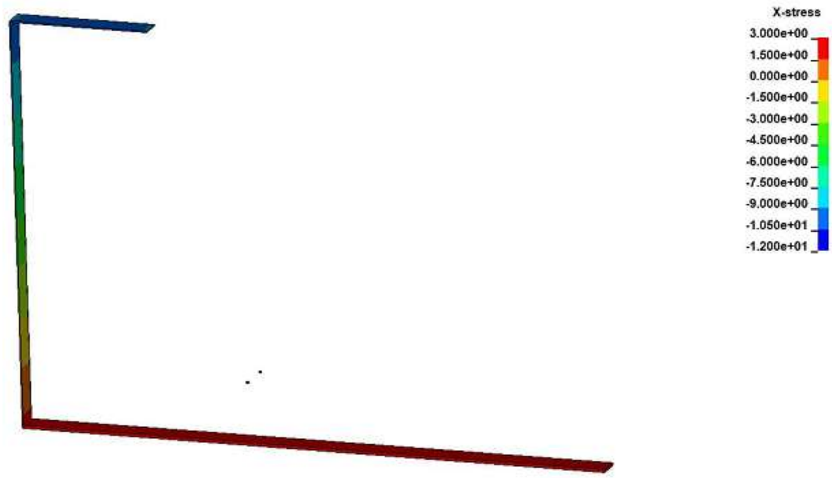


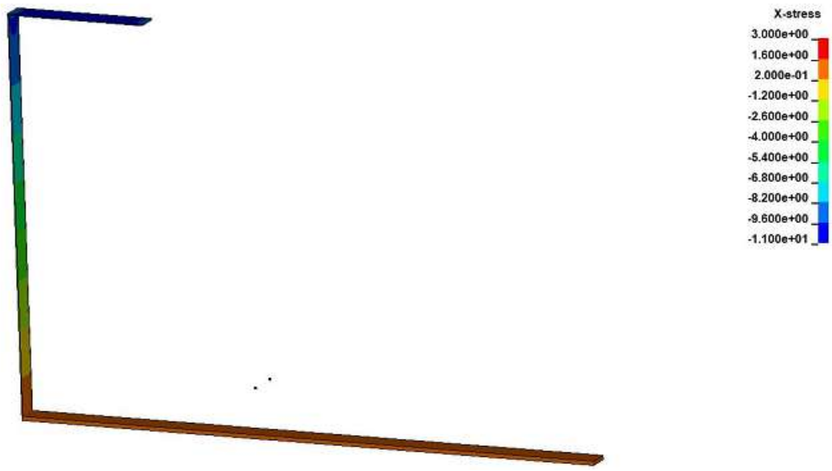
図 9.4　MPC と負荷曲げモーメント



(a)　Case 1



(b)　Case 3



©　Case 4

図 9.5　FEM 解析結果（サギングモーメント：M_t /10 負荷）

（３）解析結果

FEM 解析結果を図 9.5 に示す。FE モデルは対称性を考慮して片舷モデルとし，負荷する曲げモーメントを M_t /20 としているため，解析結果の応力応答は 1/10 となっている。甲板及び船底外板に生じる曲げ応力最大値（サギング状態）を表 9.4 にまとめて示す。

FEM 解析結果を表 9.3 に示した断面係数に基づく計算結果と比較すると，いずれのケースにおいても良い相関を示している。船底部のサンドイッチ板を忠実に評価した Case 1 の FEM 解析結果を正と考えると，提案する板厚算入率 15%を設定した評価（Case 4）は，断面係数による計算で（-100.6, 14.2），FEM 解析で（-103.3, 15.2）となっており，やや小さめの曲げ応力を計算するものの，サンドイッチ構造を忠実にモデル化した場合の強度評価とおおむね同等であることが分かった。

表 9.4 Mt = 6.19×10^8 N･mm により甲板及び船底外板に生じる曲げ応力（サギング状態）

	甲板 σ_d (MPa)	船底外板 σ_b (MPa)
Case 1	－104.9	20.54
Case 2	－104.9	20.74
Case 3	－103.9	19.65
Case 4	－103.3	15.20

１０　試験及び解析結果のまとめ

本研究では，小型船舶に用いられる GFRP 単板，並びに，バルサ材及びアクリル発泡体を心材とした GFRP サンドイッチ構造板を対象として，内外層 GFRP の板厚比（内外比），並びに，心材として用いられる様々な材料の有効率（板厚算入率）がサンドイッチ構造板の曲げ強度に及ぼす影響を明らかにすることを目的として，各種材料試験及び FEM 解析を実施した。得られた結果をまとめて以下に示す。

(1) 心材として使用される可能性があるバルサ材，ラワン合板，コアマット，ポリ塩化ビニル発泡体，アクリル発泡体及び針葉樹合板を対象として引張試験を実施し，供試材料の引張強度特性を得た（表 4.1 参照）。また，これらの材料のうち，バルサ材及びアクリル発泡体，及び，これらを心材とした GFRP サンドイッチ構造板，並びに，GFRP 単板を対象として 3 点曲げ試験を実施し，供試材料の曲げ強度特性を得た（表 4.2 及び表 4.3 参照）。得られた材料特性はばらつきの大きい結果となった。

(2) GFRP 単板の 3 点曲げ試験結果についても，崩壊モードが一様であるにもかかわらず，ばらつきが大きい結果となった。そこで，すべての試験結果を一括した検討を実施した結果，供試 GFRP 単板の曲げ強度及び曲げ弾性率の基準値としてそれぞれ，157MPa 及び 7.10GPa が得られた。これらの基準値及び過去の研究結果を基に，供試 GFRP 板の FE モデルに対して 3 点曲げ FEM 解析を繰り返し行うことにより，引張強度特性（σ_{ut}=136MPa, E_t=6.90GPa）及び圧縮強度特性（σ_{uc}=250MPa，E_c=6.39GPa）に基づく FEM 解析用材料モデルを得た。

(3) バルサ材及びアクリル発泡体の引張試験から得られた応力～ひずみ関係は，FEM による 1 軸引張解析にそのまま適用可能であるが，3 点曲げ解析ではかなり低めの結果をもたら

す。そこでこれらの材料に対して，引張及び圧縮強度を試験結果と FEM 解析結果の強度の比で高めた材料モデルを適用し，FEM 解析を実施したところ，試験結果と良い相関を示した。

(4) バルサ材及びアクリル発泡体を心材とした GFRP サンドイッチ構造板の 3 点曲げ試験を実施した結果，同一構成の供試材であっても様々な崩壊モードが現れ，曲げ強度特性のばらつきが大きい結果となった。心材の板厚算入率を 0 から 1 まで変化させて，式(2)に基づき試験結果を評価した結果，それぞれのサンドイッチ構造板に対して，板厚算入率を 0.4 及び 0.15 程度に設定すれば，GFRP 単板と同等程度の曲げ強度が得られることが明らかになった。これらの試験結果から，従来は材料の引張弾性率の比率によって規定されていた心材の板厚算入率（心材の有効板厚係数）を緩和できる可能性があることが示された。

(5) GFRP サンドイッチ構造板を対象として FEM 解析を実施した。内外層 GFRP 板及び心材に対し，材料モデルとして等方性を仮定した弾線形硬化塑性体モデルを設定して 3 点曲げ解析を実施した結果，試験結果を十分再現できることが明らかになった。

(6) GFRP 単板及びサンドイッチ構造板の 3 点曲げ試験結果から，バルサ材及びアクリル発泡体を心材とした場合の内外比（内層板の外層板に対する比）の影響は，試験結果のばらつきに比べて顕著に現れないことが明らかになった。

(7) サンドイッチ材の 4 点曲げ試験により，バルサ材及びアクリル発泡体の平均的な見かけのせん断強度 τ_uとして，それぞれ，3.03MPa 及び 0.767MPa が得られた。しかしながら，図 6.2 に示すようなサンドイッチ材の破壊では，心材に生じる破断や心材・内外層 GFRP 間の剥離が試験片の幅方向に貫通する破壊様相であり，破壊後は荷重を保持できないような厳しい試験条件であることに注意を要する。すなわち，曲げ試験では，ローカルな破壊が全体破壊に直結するが，実船で想定されるようにパネルが軸力や面外分布荷重を受ける場合，心材の破壊より内外 GFRP 層の破壊が遅れるような条件であれば，心材破壊後もある程度の荷重保持性能が期待される。

(8) サンドイッチ材の 4 点曲げ試験結果については，内外比 A/B と見かけのせん断強度の関係から，内外層 GFRP の板厚や内外比は，見かけのせん断強度に影響を及ぼさない，すなわち，心材の破壊強度が支配的で，試験片全体の強度に及ぼす内外層 GFRP の影響は限定的であることが分かった。

(9) LS-DYNA による 4 点曲げ FEM 解析では，バルササンドイッチ板に対しては 3 点曲げと同様の材料モデルを，アクリル発泡体に対しては心材スリット部への樹脂の浸入を考慮し，引張及び圧縮の降伏応力 σ_{Yt} 及び σ_{Yc} を材料単独の引張試験等から得られた値の 2.70 倍（アクリル発泡体単独の 3 点曲げ FEM 解析では 1.73 倍）として FEM 解析を行うことにより，試験結果を再現できることが分かった。

(10) アクリル発泡体の板厚（5mm，15mm，30mm，45mm）を変えたサンドイッチ材に対し，3 点曲げ FEM 解析を実施し，心材の板厚がサンドイッチ板の見かけの曲げ強度に及ぼす影響を検討した。

(11) 水圧を受ける周辺固定正方形 GFRP パネル（500mm×500mm）の FEM 解析を行った結果，耐水圧は板厚にほぼ比例し，解析対象とした GFRP 単板に対しては，$q_{max} = 0.0301 \cdot t$ で表されることが分かった。本式を用いることにより，水圧を受けるサンドイッチパネルの要求耐水圧に等価な GFRP 単板パネルの板厚が分かる。

(12) バルサ材及びアクリル発泡体を心材としたサンドイッチパネルの内外比 A/B を変化させた（外層板厚 B は一定）FEM 解析を実施した結果，等分布荷重（水圧）を受けるサンドイッチパネルについては，いずれも内層板厚 A が小さくなる（A/B が小さくなる）に従い，耐水圧が低下する傾向が見られた。そこで，バルサ材及びアクリル発泡体に対して，板厚算入率 α を設定（0.40 及び 0.15）して，等価板厚をもとに整理すると，等価板厚により耐水圧を評価した結果は，GFRP 単板パネルの耐水圧とほぼ等価であり，上述の板厚算入率 α が妥当であることが明らかになった。

(13) アクリル発泡体サンドイッチ構造製小型船舶を対象に，心材の板厚評価方法として，

- （Case 1）内外層 GFRP 板，及び，心材ともにモデル化する場合（ただし,断面係数に基づく応力計算の場合,心材部分の板幅には心材と GFRP の引張弾性率の比を乗じる）
- （Case 2）内外層 GFRP 板をモデル化するが，心材部分を空間とする場合
- （Case 3）心材の板厚算入率　＝0.0（現行基準）とした等価な GFRP 単板に置き換える場合
- （Case 4）心材の板厚算入率　＝0.15（提案方法）とした等価な GFRP 単板に置き換える場合
- （Case 5）心材の板厚算入率　＝1.0 とし,心材を GFRP 単板と見なした場合

について，断面係数に基づく応力計算，及び，FEM による弾性曲げ解析を行った結果，Case 1～Case 4 のいずれに対しても，両者でほぼ同等の結果が得られ，提案した板厚算入率を用いる方法は，現行基準による評価とほぼ同等であることが分かった。一方，船底部サンドイッチ板の心材を GFRP と見なして中立軸位置や断面二次モーメントを計算した Case 5 の結果は，当然ながら，他のケースと比較して異なる結果を示した。

１１　サンドイッチ構造における内層板の板厚及び心材の厚さに係る基準の見直し案

サンドイッチ構造材の材料試験及びFEM解析を実施した結果から，(1)GFRP サンドイッチ板の内層板厚 A と外層板厚 B の比（内外比）A／B を 0.8 倍以上とすることを削除，(2)心材の厚さ C は 25ｍｍ以下とすることを削除，(3)バルサ材（樹脂の十分な含浸を前提）及びアクリル発泡体を心材として使用する場合，板厚算入率αをそれぞれ 0.40 及び 0.15 としてサンドイッチ板の計算上の板厚（A＋B＋αC）を決定し，等価な GFRP 単板として断面係数に基づく，強度評価を行うこと，と提案されたことについて，以下のとおり，基準の見直しを図る。

１１．１　見直し案

(1)　内層板の厚さに係る基準の見直し案

内層板の厚さに係る基準である「内層板の厚さは外層板の厚みの 0.8 倍以上であること。」を撤廃することを提案する。

【小型船舶安全規則に関する細則　附属書[3]　強化プラスチック船(FRP 船)暫定基準 4.(6)(ｉ)】

(2)　心材の算入に係る基準の見直し案

サンドイッチ構造の場合の板厚計測による強度確認における心材の算入に係る基準における心材の種類に「バルサ材」及び「アクリル発泡体」（小型船舶安全規則に関する細則では硬質プラスチック発泡体と記載されている箇所あり）を認めることとし，検討結果に基づく係数を提案する。

【小型船舶安全規則に関する細則　5.0（ｂ）（３）（ｉ)(ロ)-2)】

心材の種類	係数
バルサ材（※）	0.4
アクリル発泡体	0.15

※樹脂が十分に含浸している状態であることが前提

なお，サンドイッチ構造の心材に係る基準である「心材の厚さは 25㎜ を超えないこと。」【小型船舶安全規則に関する細則　附属書[3]　強化プラスチック船(FRP 船)暫定基準 4.(6)(ⅱ）】については，第 4 回真空成形法及びサンドイッチ構造の技術基準見直しに関する検討委員会での審議を踏まえ，残すこととする。

１１．２　基準の見直し案に至る経緯

内層板の厚さに係る基準の見直し案について，当初の案として，「内層板の厚さは外層板の厚みの 0.8 倍以上であること。」の基準を撤廃するとともに，外層板及び内層板それぞれの板厚について，「2.4 ㎜以上」とする案（下限値の設定）を事務局から提案した。

この「2.4 ㎜以上」は「強化プラスチック船（FRP 船）特殊基準」を準拠したものだが，委員から 10m 未満の小型船舶では船側，上甲板ともに板厚が 2.4 ㎜以上となることはなく，今回の基準の見直しである「0.8 倍以上の撤廃」が使われない緩和となるとの意見から，下

限値として「2.4mm」を設定することは現実的でないこと，また，サンドイッチ構造板である以上，外層板又は内層板の厚さが「0」になることはなく，マット材１枚（1ply）の厚さが約 1 mm程度であることから，少なくとも１mm程度の厚さは確保できるとの検討委員会での判断により，下限値を設定しないこととなった。

次に,心材の厚さに係る基準の見直し案について,「心材の厚さは 25 mmを超えないこと。」を撤廃する提案については，委員から国内で製作されているサンドイッチ構造材において，心材の厚さが「25 mm」を超えるものがないとの意見に加え，「内層板の厚さは外層板の厚みの 0.8 倍以上であること。」を撤廃し，外層板及び内層板のそれぞれの板厚について下限値を設定しないのであれば，心材の厚さに制限を持たせた方がよいとの検討委員会での判断により，「心材の厚さは 25 mmを超えないこと。」については残すこととなった。

１２　真空成形法について

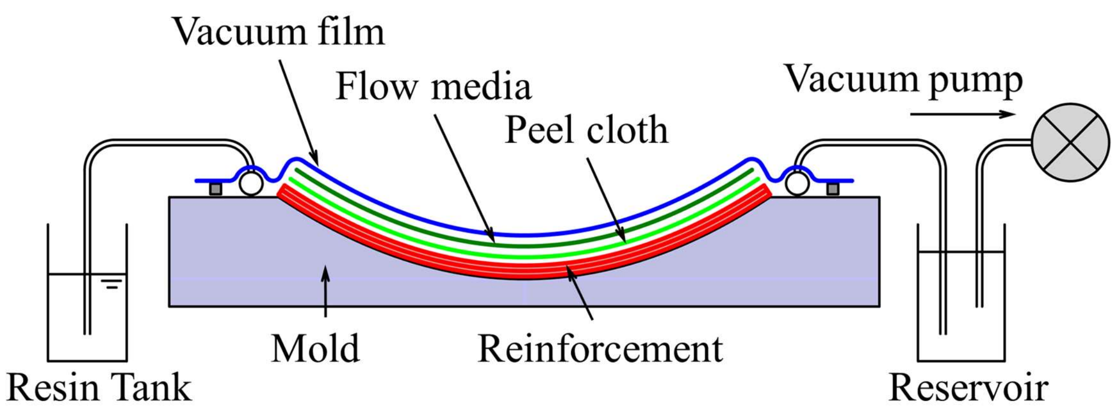
真空成形法については、各事業者における船体に対する真空成形法の採用が量産までには至っていないため、本委員会においては現状の把握を行い、真空成形法の成形作業に係る基準の見直しについては、今後の課題とされた。

１２．１　成形法

真空成形法は、簡易な凹型もしくは凸型の一方の方を用い、クローズドモールドで、しかも樹脂を常圧で注入し、大型で高品質なFRP成形品を製作できることが特徴である。

真空成形法の成形手順は、最初に成形型に強化材を配置し、30μｍ程度の薄く伸長性のあるナイロンフィルム等を用いて強化材全体を覆い、フィルムの端部をブチルゴム系のシールテープで型に張り付ける。次に真空ポンプ等を用いて内部を真空状態にし、樹脂を注入し成形する方法である。真空成形法の概略を下図に示す。

しかし、真空状態で加圧されたガラス強化材は、繊維間の隙間が狭くなるため、樹脂の流動抵抗が高くなり流れは悪くなる。このためフローメディアと呼ばれるメッシュ状のシート等を用いて空隙を作り、樹脂の流動を促進する方法がとられている。但し、メディアのみを使用するとそのまま硬化時に樹脂に張り付いてしまうので、強化材とメディアの間にピールクロスと呼ばれる剥離布を使用する。また、ピールクロスは成形品の仕上がり表面をよくする方法としても利用することができる。



１２．２　特徴

○硬化していない積層が垂れないので、成形型を回転できないような大型艇に向いている。

○軽量化、薄さを求める場合に有効。

○樹脂が少なくなった分、厚さが減るので板の強さは強くない。

○樹脂を均一に流し込むことが可能であるため、サンドイッチ板の成形に適している。

○環境有害物質を削減するとともに、樹脂に直接触れないため、作業環境の改善に貢献。

○一回の成形ごとに、多量のプラスチック廃棄物（フィルム、メディア、チューブ類）が発生する。

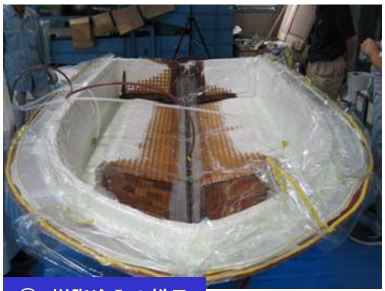
１２．３　真空成形法による小型 FRP 船成形時の作業工程


① 編物強化材の配置


② コア材の配置


③ 編物強化材の配置


④ フィルム配置･真空確認


⑤ 樹脂注入の様子


⑥ ボートの完成

１２．４　真空成形法を用いて製作された船舶構造物の事例について

○　プレジャーボートのハル

（写真提供：ヤンマーマリンインターナショナルアジア株式会社）

○　プレジャーボートのエンジンハッチ

（写真提供：ヤンマーマリンインターナショナルアジア株式会社）

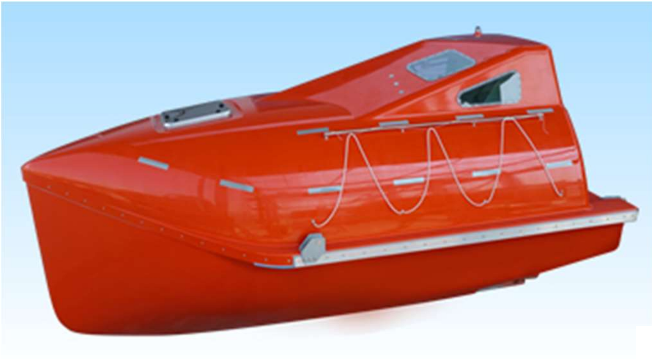
○　プレジャーボートのドア

（写真提供：ニュージャパンマリン九州株式会社）

○　プレジャーボートのハードトップ

（写真提供：ヤマハ発動機株式会社）

○　自由降下式全閉囲型救命艇



（写真提供：株式会社信貴造船所）

見かけの断面剛性を求める方法（集成材の剛性計算にならう方法）

複数木材を接着した集成材等では、構成する板材の板厚及び引張/圧縮弾性率に基づき、等価曲げ剛性が求められる。

図 A に示すように、上から外層板、心材、内層板からなる矩形断面のサンドイッチ梁を考え、それぞれの引張/圧縮弾性率を E_1、E_2 および E_3 とする。外層板上面から外層板下面までの距離、心材下面までの距離、内層板下面までの距離、および、サンドイッチ梁全体の中性軸までの距離をそれぞれ、h_1、h_2、h_3 および λ とする。また、純曲げによる曲率半径を ρ とする。

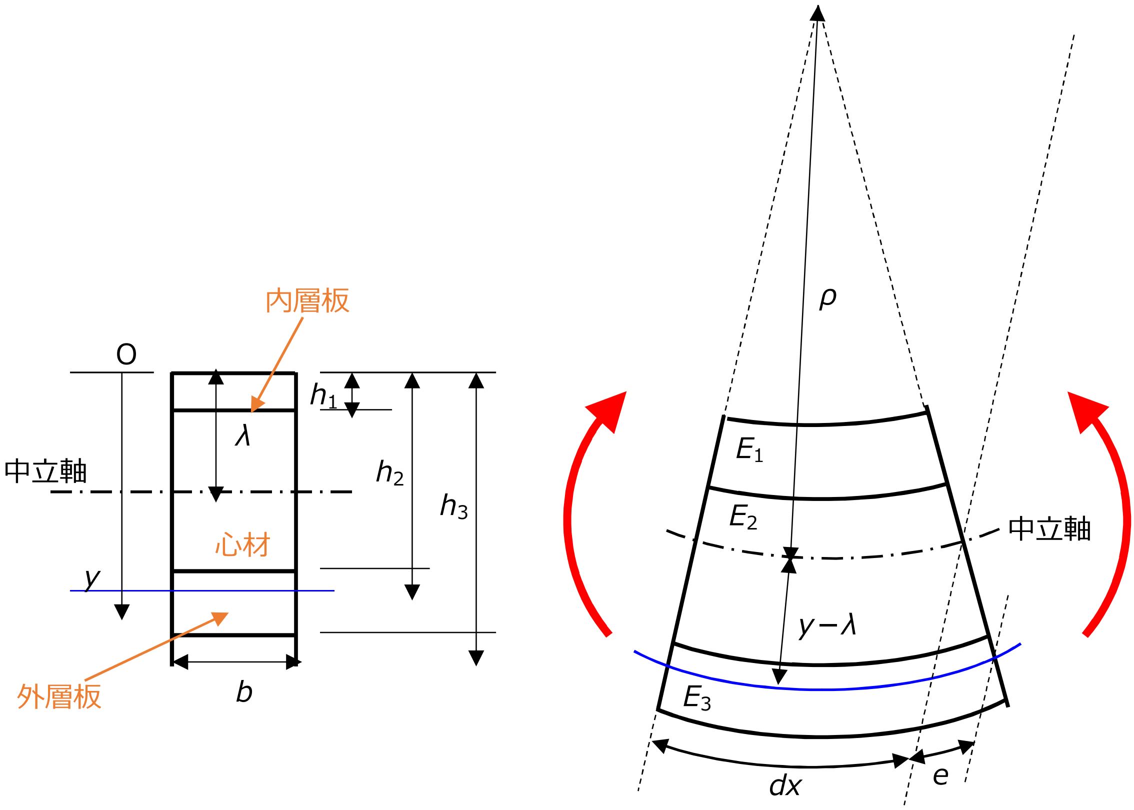


図 A　曲げモーメントを受けるサンドイッチ板のひずみ分布

このサンドイッチ梁の等価曲げ剛性（EI）を求めるには、まず、中立軸の位置（λ）を決定する必要がある。図 A において、弾性範囲内では次式が成り立つ。

$$\frac{1}{\rho}=\frac{\varepsilon_y}{y-\lambda}=\frac{\sigma_y}{E(y-\lambda)} \tag{A1}$$

ここに、ε_yおよび　σ_yは、それぞれ、y（外層板上面から下向きの座標）における直ひずみ、および、直応力を示す。
任意の断面で

$$\int_A \sigma dA = 0$$

が成立することから、次式が得られる。

$$\int_0^{h_1} b\frac{E_1}{\rho}(y-\lambda)\,dy + \int_{h_1}^{h_2} b\frac{E_2}{\rho}(y-\lambda)\,dy + \int_{h_2}^{h_3} b\frac{E_3}{\rho}(y-\lambda)\,dy$$

$$= \frac{b}{\rho}\left\{\left[E_1\left(\frac{y^2}{2}-\lambda y\right)\right]_0^{h_1} + \left[E_2\left(\frac{y^2}{2}-\lambda y\right)\right]_{h_1}^{h_2} + \left[E_3\left(\frac{y^2}{2}-\lambda y\right)\right]_{h_2}^{h_3}\right\}$$

$$= \frac{\rho}{b}\left[E_1\left(\frac{{h_1}^2}{2}-h_1\lambda\right) + E_2\left\{\frac{1}{2}(h_2^2-h_1^2)-(h_2-h_1)\lambda\right\} + E_3\left\{\frac{1}{2}(h_3^2-h_2^2)-(h_3-h_2)\lambda\right\}\right]$$

$$= \frac{\rho}{b}\left[\frac{1}{2}\{E_1h_1^2+E_2(h_2^2-h_1^2)+E_3(h_3^2-h_2^2)\} - \lambda\{E_1h_1+E_2(h_2-h_1)+E_3(h_3-h_2)\}\right]$$

$$= 0 \tag{A2}$$

よって、

$$\lambda = \frac{E_1h_1^2+E_2(h_2^2-h_1^2)+E_3(h_3^2-h_2^2)}{2\{E_1h_1+E_2(h_2-h_1)+E_3(h_3-h_2)\}} \tag{A3}$$

例えば、内層板の断面二次モーメント I_3は、

$$I_3 = \int_A y^2 dA = b\int_{h_2-\lambda}^{h_3-\lambda} y^2 dy = \frac{b}{3}\{(h_3-\lambda)^3-(h_2-\lambda)^3\}$$

であるから、サンドイッチ梁の等価曲げ剛性 EIは、

$$EI = \frac{b}{3}\sum_{i=1}^{3} E_i\{(h_i-\lambda)^3-(h_{i-1}-\lambda)^3\} \tag{A4}$$

となり、等価ヤング率 Eは、(4)式を $bh_3^3/12$ で除すことで得られ、

$$E = \frac{4}{h_3^3}\sum_{i=1}^{3} E_i\{(h_i-\lambda)^3-(h_{i-1}-\lambda)^3\} \tag{A5}$$

となる。